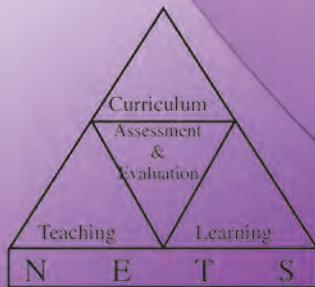




க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2013

மதிப்பீட்டு அறிக்கை

10 - இணைந்த கணிதம்

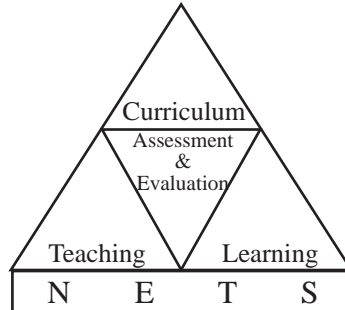


ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2013

மதிப்பீட்டு அறிக்கை

10 - இணைந்த கணிதம்



ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை
தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

முழுப்பதிப்புரிமையுடையது.

இணைந்த கணிதம்

மதிப்பீட்டு அறிக்கை - க.பொ.த. (உ.தர)ப் பரீட்சை - 2013

நிதி அனுசரணை

எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலை
கல்விமுறைமையை மாற்றியமைக்கும் செயற்றிட்டம்
(TSEP - WB)

அறிமுகம்

கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர உயர் தரப் பரீட்சையானது இலங்கையின் உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதிச் சான்றிதழ்ப் பரீட்சையாகும். உயர்மட்ட இரண்டாம் நிலைக் கல்வியின் இறுதியில் மாணவர்களின் அடைவு மட்டத்தைச் சான்றுப்படுத்தல் இப் பரீட்சையின் முக்கிய நோக்காக இருந்த போதும் தேசிய பல்கலைக்கழகங்கள், வேறு கல்வி மற்றும் தொழில் பயிற்சி நிறுவனங்கள், தேசிய கல்வியியல் கல்லூரிகள் என்பவற்றுக்குத் தகைமையானோரைத் தெரிவு செய்தலும் இப்பரீட்சையின் பெறுபேறுகளின் அடிப்படையில் இடம்பெறுவதால் அடைவுப் பரீட்சையாகவும் தேர்வுப் பரீட்சையாகவும் க.பொ.த (உ.தர)ப் பரீட்சை மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்த தன்மையைப் பெறுகிறது. மேலும் மூன்றாம் நிலையில் தொழிலில் பிரவேசிப்பதற்கான தகைமையை சான்றுப்படுத்தும் பரீட்சையாகவும் இது ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றது. இப்போது இப்பரீட்சைக்காக 2013 ஆம் ஆண்டில் 209,906 வரையிலான பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளும் 31,723 வரையிலான தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளும் தோற்றியிருந்தனர்.

இப்பரீட்சையில் உயர் அடைவு மட்டத்தைப் பெறுவதற்காக மாணவர்களும் அவர்களின் எதிர்பார்ப்புகளை நிறைவு செய்வதற்காக ஆசிரியர்களும் பெற்றோரும் பெரிதும் முயற்சி செய்கின்றனர். இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையை அவர்களின் அந்த எதிர்பார்ப்புக்களை நிறைவேற்றுவதற்கு உதவும் பொருட்டே இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் தயாரித்துள்ளது. இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கையில் உள்ளடக்கப்பட்ட தகவல்கள் பரீட்சையை எதிர்பார்த்திருப்போர், ஆசிரியர்கள், அதிபர்கள், ஆசிரிய ஆலோசகர்கள், பாடப் பொறுப்புக் கல்விப் பணிப்பாளர்கள், பெற்றோர், கல்வி ஆய்வாளர்கள் அனைவருக்கும் பயன்படும் என்பதில் ஐயமில்லை.

இந்த மதிப்பீட்டு அறிக்கை I, II, III என மூன்று பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

க.பொ.த (உ.தர) இணைந்த கணித பாடத்தின் நோக்கம், பாட அடைவு பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி I இல் அடங்கியுள்ளது. இப்பகுதியில் பாடத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை, அவர்கள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், மாவட்ட மட்டத்தில் பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்களைப் பெற்றுள்ள விதம், வகுப்பாயிடைக்கேற்ப புள்ளிகளின் பரம்பல் ஆகிய பாட அடைவு பற்றிய புள்ளிவிபரத் தகவல்களும் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றில் வினாக்கள் தெரிவு செய்யப்பட்ட விதம், அவ்வினாக்களுக்கும் அவ்வினாக்களின் பகுதிகளுக்கும் புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம் என்பன பற்றி விரிவாகக் குறிப்பிடும் பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன. க.பொ.த (உ.தர)ம் - 2013 பரீட்சையில் இணைந்த கணித பாடத்தின் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றுக்கான வினாக்கள் அவ்வினாக்களுக்கு பரீட்சார்த்திகள் விடைகள் அளித்திருந்தமை பற்றிய தகவல்கள் இந்த அறிக்கையின் பகுதி II இல் அடங்கியுள்ளன. அதில் வினாப்பத்திரம் I, II என்பவற்றின் வினாக்களுக்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடைகள் அளித்தமை பற்றிய அவதானிப்புக்கள், முடிவுகள், பாட அடைவை மேம்படுத்துவதற்கான ஆலோசனைகள் என்பனவும் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களத்தின் ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை மூலம் விடைத்தாள் மதிப்பீட்டில் ஈடுபட்ட பிரதம பரீட்சகர், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர், உதவிப் பரீட்சகர்கள் ஆகியோரால் முன்வைக்கப்பட்ட தகவல்கள், அவதானிப்புகள், கருத்துகள், ஆலோசனைகள், மரபு ரீதியான சோதனைக் கோட்பாடு (Classical Testing Theory) மற்றும் உருப்படித் துலங்கல் கோட்பாடு (Item Response Theory) என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கல்களைப் பகுப்பாய்வு செய்தலினூடாகப் பெறப்பட்ட தகவல்கள் என்பன இந்த அறிக்கையை தயாரிப்பதற்கு ஆதாரமாகக் கொள்ளப்பட்டுள்ளன.

வினாப்பத்திரத்திலுள்ள ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கும்போது பரீட்சார்த்திகள் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டிய விடையங்கள், கற்றல்-கற்பித்தல் பணிகள் பற்றிய கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பனவும் இந்த அறிக்கையில் பகுதி III இல் அடங்கியுள்ளன. பல்வேறு தேர்ச்சிகள், அத்தேர்ச்சி மட்டங்களை அணுகுவதற்கான கற்றல் - கற்பித்தல் செயன்முறையை ஒழுங்கமைக்கும் விதம் என்பன தொடர்பாக இந்த அறிக்கையானது பெரிதும் துணை புரியும் என நம்புகின்றேன்.

எதிர்காலத்தில் தொகுக்கப்படும் மதிப்பீட்டு அறிக்கைகளின் பண்புத்தரத்தை மேம்படுத்தக் கூடிய பயன்தரும் கருத்துகள், ஆலோசனைகள் என்பவற்றை எங்களுக்குச் சமர்ப்பிக்குமாறு அன்புடன் கேட்டுக் கொள்கிறேன்.

இந்த அறிக்கையைத் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான தகவல்களை வழங்கிய பிரதம பரீட்சகர்கள், மேலதிக பிரதம பரீட்சகர்கள், உதவிப் பரீட்சகர்கள், ஆர்வத்துடன் பங்களிப்பு வழங்கிய குழு உறுப்பினர்கள், பொறுப்புடன் கடமையாற்றிய இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்கள அலுவலர்கள், பணிக்குழுவினர் ஆகியோருக்கும் இத்தொகுப்புக்கான நிதி அனுசரணை வழங்கிய எதிர்கால அறிவை மையமாகக் கொண்டு பாடசாலைக் கல்விமுறைமையை மீளமைக்கும் செயற்றிட்டத்துக்கும் (TSEP - WB) எனது மனமார்ந்த நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

டபிள்யூ.எம்.என்.ஜே. புஷ்பகுமார

பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்

2015 சனவரி 19

ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை

தேசிய மதிப்பீட்டிற்கும் பரீட்சித்தலுக்குமான சேவை

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்

பெலவத்தை, பத்தரமுல்ல.

வழிகாட்டல்	- டபிள்யு.எம்.என்.ஜே. புஷ்பகுமார பரீட்சை ஆணையாளர் நாயகம்
ஒழுங்கமைப்பும் நெறிப்படுத்தலும்	- கயாத்திரி அபேகுணசேகர பரீட்சை ஆணையாளர் (ஆய்வு அபிவிருத்திக் கிளை)
இணைப்பு	- ஈ. குலசேகர பிரதிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
தொகுப்பு	- பேராசிரியர் ஜகத் கே. விஜேரத்ன சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணிதப் பிரிவு கொழும்பு பல்கலைக்கழகம் - பேராசிரியர் எல். எல். நிஷாந்த பெரேரா சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர் கணிதப் பிரிவு கொழும்பு பல்கலைக்கழகம் - ஈ. குலசேகர பிரதிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
ஆக்கக் குழு	- சீ. பமுணுகே டீ.எஸ் சேனாநாயக்கா கல்லூரி கொழும்பு 07 எஸ்.டி. லொக்குகமகே டீ.எஸ் சேனாநாயக்கா கல்லூரி கொழும்பு 07 எச். அமிதா பெரேரா கோதமி வித்தியாலயம் கொழும்பு 10 எஸ். ஜயசிங்க மெதடிஸ்த கல்லூரி கொழும்பு 03 கே. ஏ. ஆரியரத்ன கோதமி வித்தியாலயம் கொழும்பு 10
மொழிபெயர்ப்பு	- செ. பிரணவதாசன் உதவிப் பரீட்சை ஆணையாளர்
கணினி பக்க வடிவமைப்பு	- றஹீனா ஹாசிம் கணினி தரவுப் பதிவாளர்
முகப்பு அட்டை வடிவமைப்பு	- வை. எஸ். அனூராதா அபிவிருத்தி அதிகாரி

உள்ளடக்கம்

பகுதி I

பக்க எண்

1.	பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவும் தொடர்பான தகவல்கள்	
1.1	பாடக் குறிக்கோள்கள்	1
1.2	பாட அடைவுகள் தொடர்பான புள்ளிவிபரவியலான தகவல்கள்	
1.2.1	இப்பாடத்துக்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை	2
1.2.2	பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம்	2
1.2.3	மாவட்டங்களின் அடிப்படையில் முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்ற விதம் - மாவட்ட ரீதியாக	3
1.2.4	வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்	4
1.3.	பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு	
1.3.1	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B யில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	5
1.3.2	வினாத்தாள் I இல் பகுதி A, B யிற்கான அடைவு	6
1.3.3	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இற்காக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்ட விதம்	6
1.3.4	வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்	7
1.3.5	வினாத்தாள் II இன் A, B பகுதிகளில் வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை	8
1.3.6	வினாத்தாள் II இன் A, B பகுதிக்கான அடைவு	9
1.3.7	வினாத்தாள் II இன் B பகுதிக்காக புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்	9
1.3.8	வினாத்தாள் II இல் பகுதி B இன் வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உபபிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்	10

பகுதி II

2.	வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.1	வினாத்தாள் I உம் விடை எழுதியமை தொடர்பான தகவல்களும்	
2.1.1	வினாத்தாள் I இன் கட்டமைப்பு	11
2.1.2	இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்	12
2.1.3	I ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்	15
2.2	வினாத்தாள் II உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்	
2.2.1	வினாத்தாள் II இன் கட்டமைப்பு	50
2.2.1	இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இற்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்	51
2.2.3	II ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்	54

பகுதி III

3.	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்	
3.1	விடையளிக்கும்போது அவதானிக்கப்பட வேண்டிய விடயங்கள்	94
3.2	கற்றல் கற்பித்தல் தொடர்பான கருத்துகளும் ஆலோசனைகளும்	96

பகுதி I

1.0 பாடக் குறிக்கோள்களும் பாட அடைவு தொடர்பான தகவல்களும்

1.1 பாடக் குறிக்கோள்கள்

- ★ கணிதத்தினை கூடியளவு விளங்கிக் கொள்வதற்காக மாணவர்களுக்கு கணித ரீதியான ஆரம்ப எண்ணக்கருவைப் பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணித ரீதியான பிரசினம் தீர்த்தல்களுக்கு முறையான விளக்கத்தையும் தெளிவையும் மாணவர்களுக்கு பெற்றுக் கொடுத்தல்
- ★ கணிதம் தொடர்பான தர்க்கரீதியான சிந்தனை தொடர்பாக மாணவர்களின் உட்பாங்கை அதிகரித்தல்
- ★ கணிதம் கற்றலுக்காக மாணவர்களை உற்சாகப்படுத்தல்

குறிப்பு :

இந்த புதிய பாடத்திட்டத்தின் படி கணிதம் சார் அறிவை அதிகரிப்பது மட்டும் அல்லாது அன்றாட வாழ்க்கையில் கணிதஞ்சார் அறிவைப் பயன்படுத்தும் திறனை அதிகரிப்பதன் மூலம் உள்ளார்ந்த அபிவிருத்தி ஏற்படும் என எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது.

1.2. பரீட்சார்த்திகளின் பாட அடைவு தொடர்பான புள்ளிவிபர ரீதியான தகவல்கள்

1.2.1 பாடத்திற்குத் தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை

மொழிமூலம்	பாடசாலை	தனிப்பட்ட	மொத்தம்
சிங்களம்	23 262	3 573	26 835
தமிழ்	3 494	362	3856
ஆங்கிலம்	1 483	177	1660
மொத்தம்	28 239	4 112	32 351

அட்டவணை 1

1.2.2 பரீட்சார்த்திகளினால் தரங்கள் பெற்றுக்கொள்ளப்பட்ட விதம்

தரம்	பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகளின்		தனிப்பட்ட பரீட்சார்த்திகளின்		மொத்தம்	சதவீதம்
	எண்ணிக்கை	சதவீதம்	எண்ணிக்கை	சதவீதம்		
A	1 600	5.67	209	5.08	1 809	5.59
B	2 133	7.55	402	9.78	2 535	7.84
C	4 450	15.76	849	20.65	5 299	16.38
S	6 841	24.23	1 227	29.84	8 068	24.94
F	13 215	46.80	1 425	34.65	14 640	45.25
மொத்தம்	28 239	100.00	4 112	100.00	32 351	100.00

அட்டவணை 2

1.2.3 மாவட்டங்களின் அடிப்படையில் முதல் முறையாகத் தோற்றிய பாடசாலைப் பரீட்சார்த்திகள் தரங்கள் பெற்றுள்ள முறை:

மாவட்டம்	தோற்றியவர் எண்ணிக்கை	மிகச் சிறந்த சித்தி (A) பெற்றவர்		விசேட திறமைச் சித்தி (B) பெற்றவர்		திறமைச் சித்தி (C) பெற்றவர்		சாதாரண சித்தி (S) பெற்றவர்		சித்தி (A+B+C+S) பெற்றவர்		சித்தி யடையாதவர் (F)	
		எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%	எண்ணிக்கை	%
1. கொழும்பு	3398	225	6.62	232	6.83	471	13.86	775	22.81	1703	50.12	1695	49.88
2. கம்பஹா	1947	35	1.80	70	3.60	218	11.20	392	20.13	715	36.72	1232	63.28
2. களுத்துறை	1164	28	2.41	58	4.98	133	11.43	245	21.05	464	39.86	700	60.14
4. கண்டி	1303	53	4.07	70	5.37	173	13.28	280	21.49	576	44.21	727	55.79
5. மாத்தளை	285	6	2.11	6	2.11	32	11.23	68	23.86	112	39.30	173	60.70
6. நுவரெலியா	346	9	2.60	18	5.20	42	12.14	77	22.25	146	42.20	200	57.80
7. காலி	1253	72	5.75	78	6.23	196	15.64	290	23.14	636	50.76	617	49.24
8. மாத்தறை	1072	78	7.28	69	6.44	176	16.42	241	22.48	564	52.61	508	47.39
9. அம்பாந்தோட்டை	776	31	3.99	39	5.03	93	11.98	165	21.26	328	42.27	448	57.73
10. யாழ்ப்பாணம்	709	73	10.30	62	8.74	113	15.94	172	24.26	420	59.24	289	40.76
11. கிளிநொச்சி	83	7	8.43	3	3.61	15	18.07	21	25.30	46	55.42	37	44.58
12. மன்னார்	58	1	1.72	1	1.72	7	12.07	14	24.14	23	39.66	35	60.34
13. வவுனியா	93	7	7.53	10	10.75	14	15.05	21	22.58	52	55.91	41	44.09
14. முல்லைத்தீவு	60	1	1.67	4	6.67	7	11.67	15	25.00	27	45.00	33	55.00
15. மட்டக்களப்பு	238	21	8.82	33	13.87	39	16.39	50	21.01	143	60.08	95	39.92
16. அம்பாறை	516	15	2.91	14	2.71	65	12.60	134	25.97	228	44.19	288	55.81
17. திருகோணமலை	195	6	3.08	12	6.15	19	9.74	47	24.10	84	43.08	111	56.92
18. குருநாகல்	1419	38	2.68	51	3.59	131	9.23	296	20.86	516	36.36	903	63.64
19. புத்தளம்	428	10	2.34	15	3.50	52	12.15	92	21.50	169	39.49	259	60.51
20. அனுராதபுரம்	520	15	2.88	20	3.85	45	8.65	93	17.88	173	33.27	347	66.73
21. பொலன்னறுவை	191	1	0.52	5	2.62	18	9.42	46	24.08	70	36.65	121	63.35
22. பதுளை	647	29	4.48	37	5.72	72	11.13	134	20.71	272	42.04	375	57.96
23. மொனராகலை	234	2	0.85	10	4.27	20	8.55	52	22.22	84	35.90	150	64.10
24. இரத்தினபுரி	716	21	2.93	28	3.91	67	9.36	161	22.49	277	38.69	439	61.31
25. கேகாலை	639	11	1.72	26	4.07	81	12.68	148	23.16	266	41.63	373	58.37
மொத்தம்	18290	795	4.35	971	5.31	2299	12.57	4029	22.03	8094	44.25	10196	55.75

அட்டவணை 3

1.2.4 வகுப்பாயிடை அடிப்படையில் புள்ளிகள் பெற்ற விதம்

வகுப்பாயிடை	மீறன்	சதவீத மீறன்	திரள் மீறன்	சதவீத திரள் மீறன்
91 - 100	95	0.29	32 351	100.00
81 - 90	664	2.05	32 256	99.71
71 - 80	1791	5.54	31 592	97.65
61 - 70	2981	9.21	29 801	92.12
51 - 60	3715	11.48	26 820	82.90
41 - 50	4312	13.33	23 105	71.42
31 - 40	4611	14.25	18 793	58.09
21 - 30	4381	13.54	14 182	43.84
11 - 20	4258	13.16	9801	30.30
01 - 10	4729	14.62	543	17.13
00 - 00	814	2.52	814	2.52

அட்டவணை 4

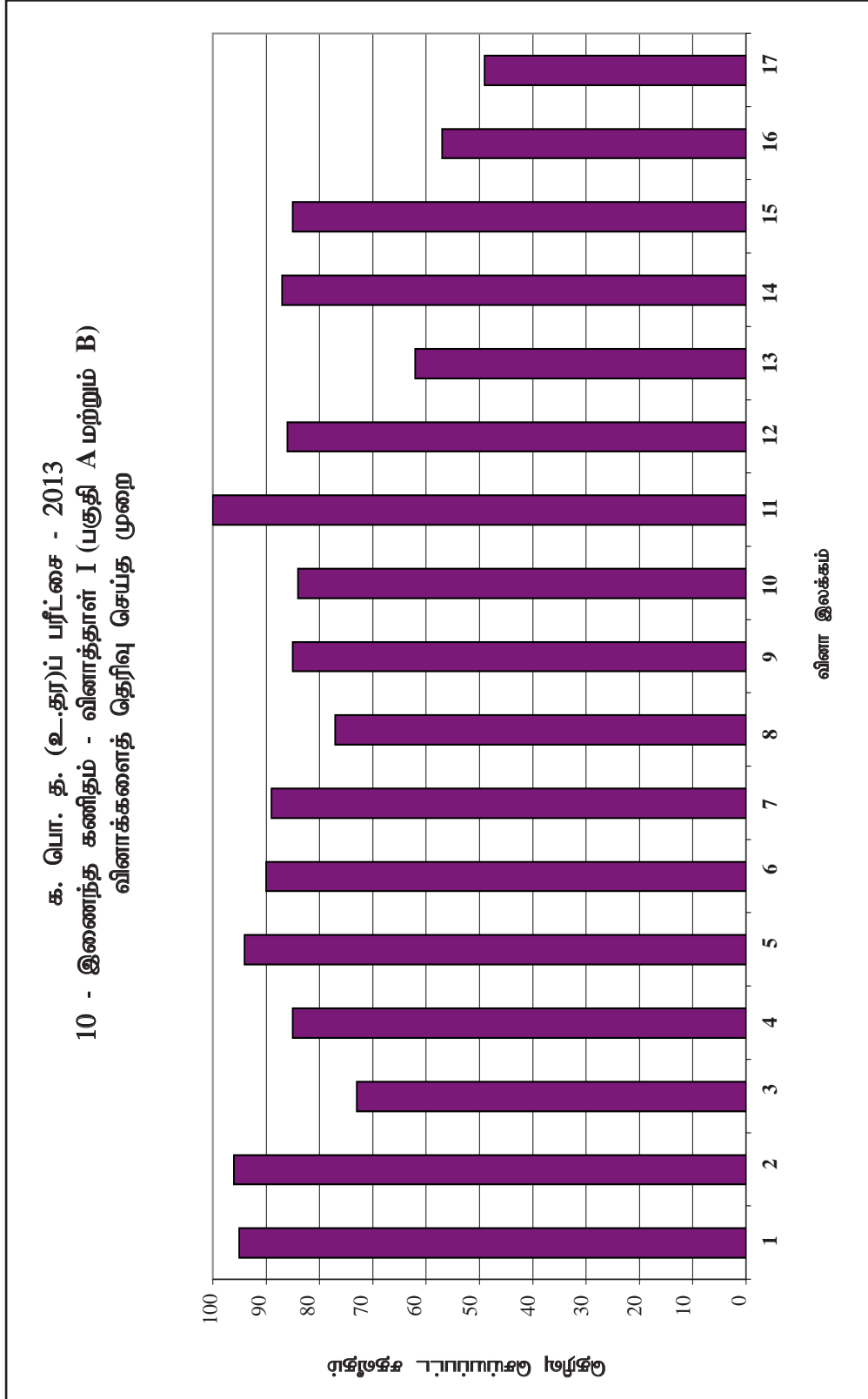
மேலே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து தகவல்களைப் பெறும் விதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

உதாரணம் :

இந்த பாடத்திற்காக 31 - 40 என்ற வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 4611 ஆகும். அதனை சதவீதமாக எடுக்கும்போது 14.25% ஆகும். 40 புள்ளியைவிடக் குறைவாகப் புள்ளிகளைப் பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை 18 793 ஆவதோடு அது 58.09% ஆகும்.

1.3 பாட அடைவு பற்றிய பகுப்பாய்வு

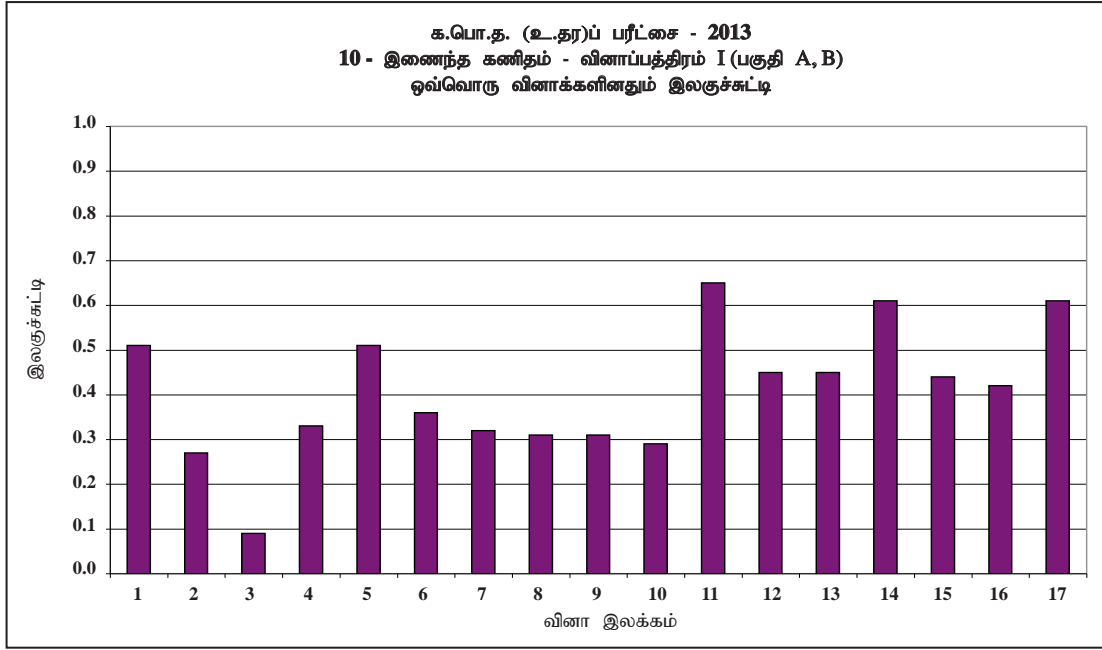
1.3.1 வினாத்தாள் 1 இலே வினாக்களைத் தெரிவு செய்துள்ள முறை



வரைபடம் 1 (RD/16/02/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

வினாத்தாள் I A பகுதிக்கு உரிய 1 தொடக்கம் 10 வரையான வினாக்கள் கட்டாய வினாக்கள் ஆவதோடு பகுதி B யிற்குரிய 11 தொடக்கம் 17 வரையிலான வினாக்களில் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும். இவ்வரையிற்கு ஏற்ப பரீட்சார்த்திகளில் அதிகளவிலானோர் 1ஆம் வினாவிற்கு விடை எழுதி உள்ளதுடன் அது அவ்விண்ணப்பதாரிகள் 95% சதவீதத்தினர் மட்டுமாகும். குறைவாக தெரிவு செய்யப்பட்டுப்பது 17 ஆவது வினாவாவதோடு அதனைத் தெரிவு செய்தவர்களின் சதவீதம் 49% ஆகும்.

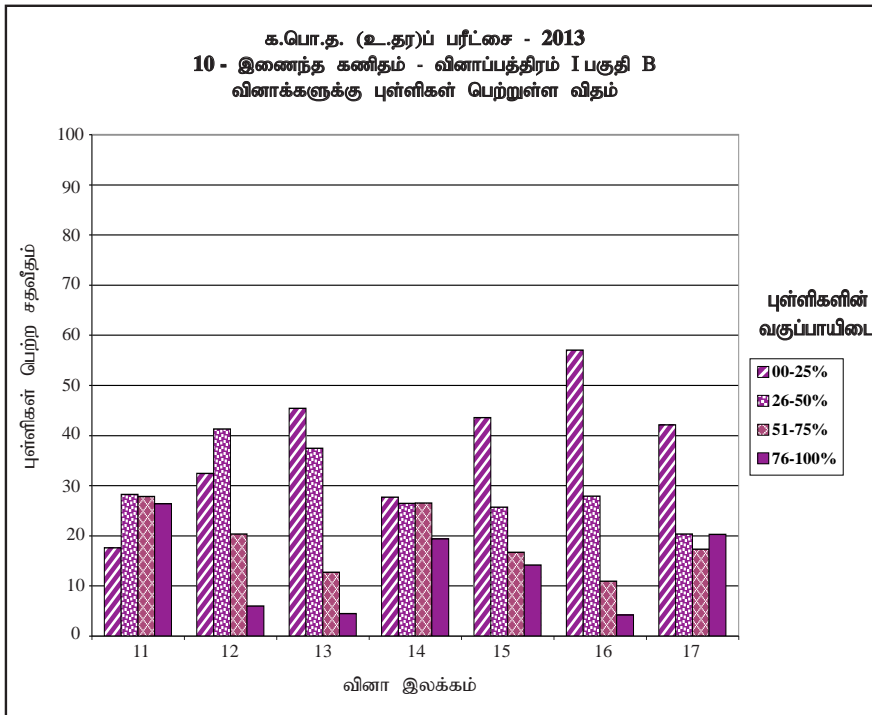
1.3.2 வினாத்தாள் I இல் - பகுதி A, B இற்குரிய வினாக்களுக்கான இலகுச்சட்டி



வரைபு 2 - (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபின் மூலம் இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 11ஆவது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 65% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 03 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 09% மட்டுமேயாகும்.

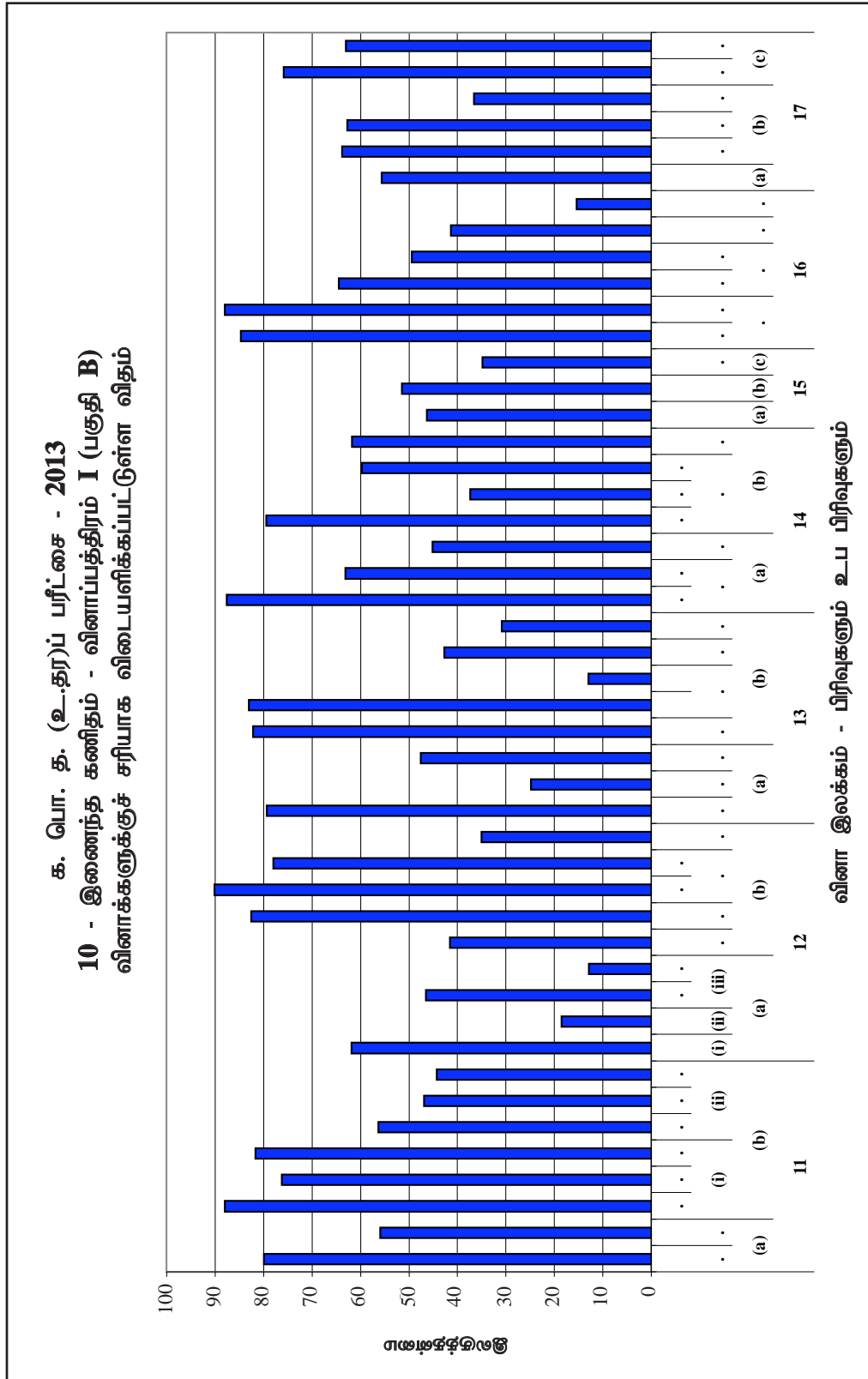
1.3.3 வினாத்தாள் I இல் பகுதி B இற்கு புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்



வரைபு 3 - (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

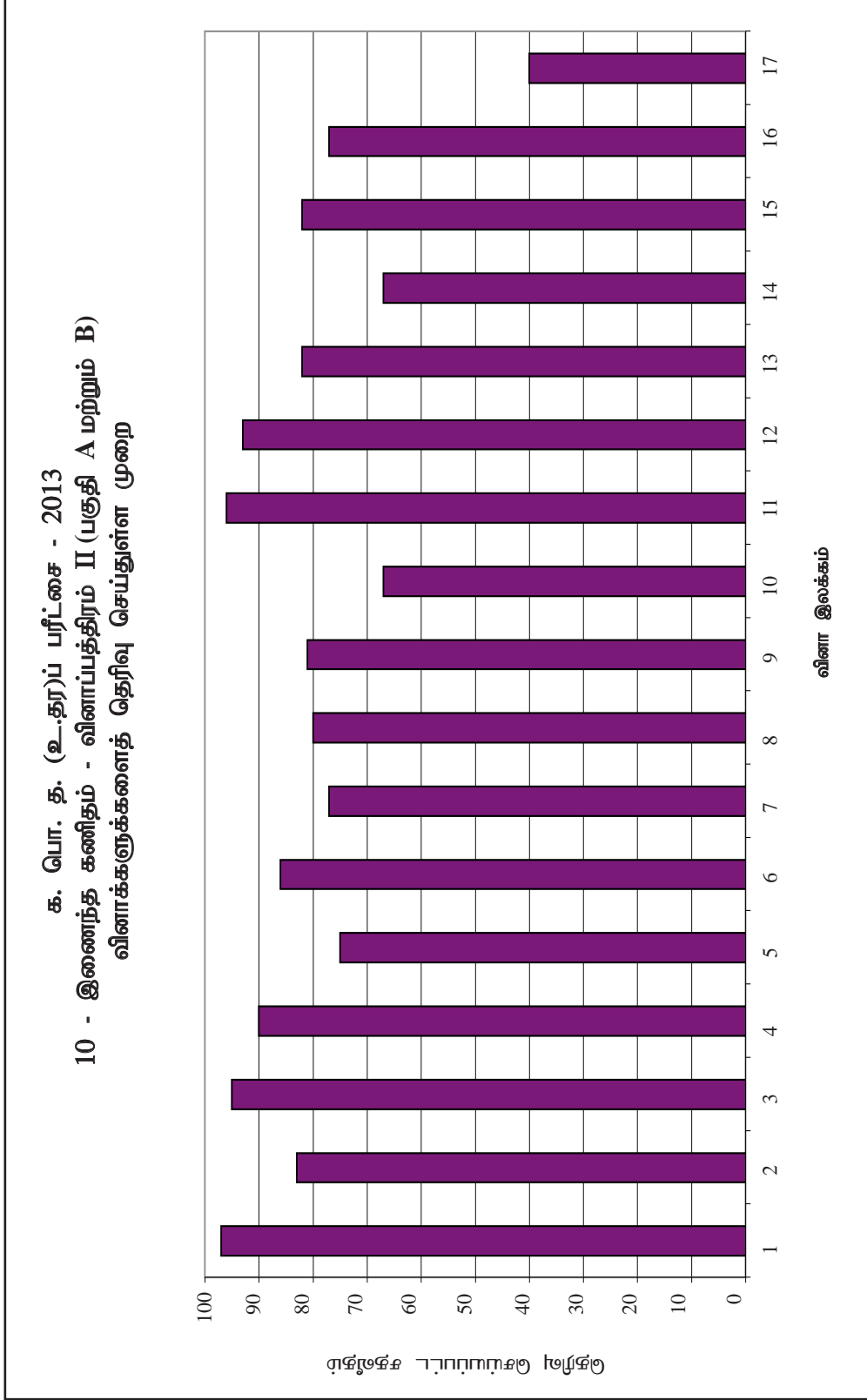
இங்கு 11 ஆம் வினாவிற்கு வழங்கப்பட்ட மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும். அந்தப் புள்ளிகளில் 76-100% என்ற வீச்சில் அதாவது 115-150 என்ற வீச்சினுள் பரீட்சார்த்திகளுள் 26% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர். இந்த வினாவிற்காக உரிய புள்ளிகளுள் 51-75% என்ற வீச்சில் அதாவது 80-110 என்ற வீச்சினுள் 10% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர். 26-50% என்ற வீச்சில் அதாவது 40 - 75 என்ற வீச்சினுள் 28% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளதோடு 0-25% என்ற வீச்சில் அதாவது 0-35 வரையான வீச்சிற்குரிய புள்ளிகளை 18% இனர் பெற்றுள்ளனர்.

1.3.4 வினாத்தாள் I இனது B பகுதி வினாக்களின் ஒவ்வொரு பிரிவுகளுக்கும் உப பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கப்பட்டுள்ள விதம்



வரைய 4. (RD/16/04/AL) படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.)
இவ்வரையிற்கேற்ப 11 ஆம் வினாவின் (a) பகுதியின் இலக்குச் சுட்டி 80% ஆகும். அவ்வினாவின் பகுதி (a) யின் இரண்டாம் உபபகுதியின் இலக்குத்தன்மை 56% ஆகும்

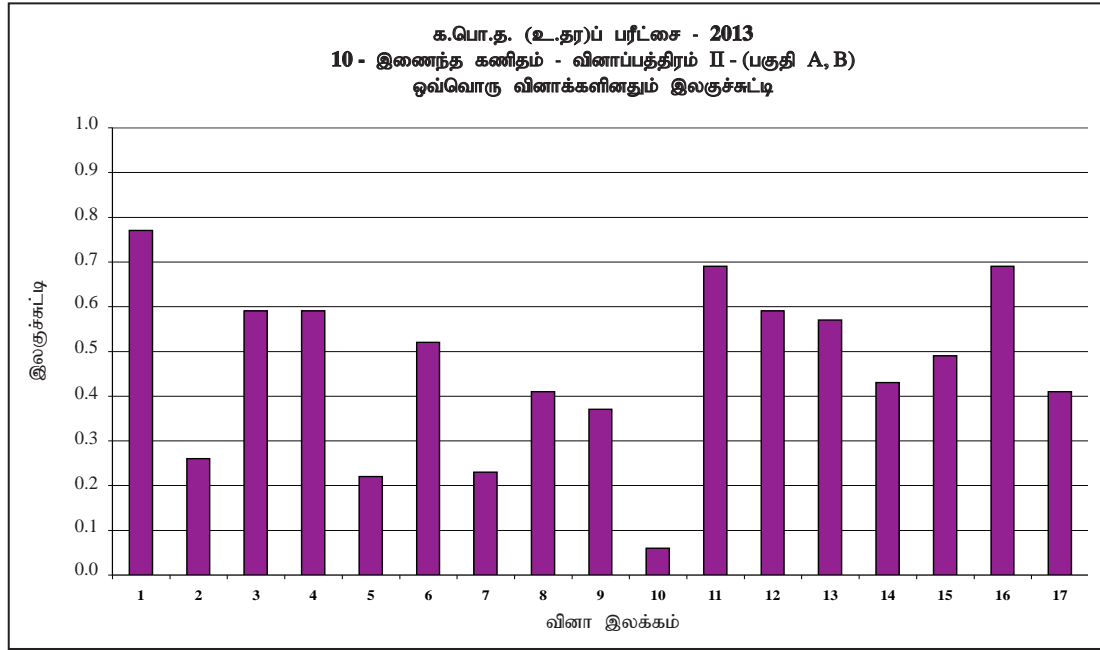
1.3.5 வினாத்தாள் II இற்கு வினாக்களைத் தெரிவு செய்துள்ள முறை



வரைபு 1 (RD/16/02/AL படிவங்கள் மூலம் பெறப்பட்ட தகவல்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வரைபிற்கேற்ப வினாத்தாள் II A பகுதிக்கு

உரிய 1 தொடக்கம் 10 வரையான வினாக்கள் கட்டாய வினாக்கள் ஆவதோடு பகுதி B இற்குரிய 11 தொடக்கம் 17 வரையிலான வினாக்களில் 5 வினாக்கள் மட்டுமே தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும். பரீட்சார்த்திகளில் அதிகளவிலானோர் 1ஆம் வினாவைத் தெரிவு செய்துள்ளதால் அது விண்ணப்பதாரிகள் 97% சதவீதம் மட்டுமாகும். குறைவாக தெரிவுசெய்யப்பட்டுப்பது 17 ஆவது வினாவாவதோடு அதனைத் தெரிவுசெய்தவர்களின் சதவீதம் 40% ஆகும்.

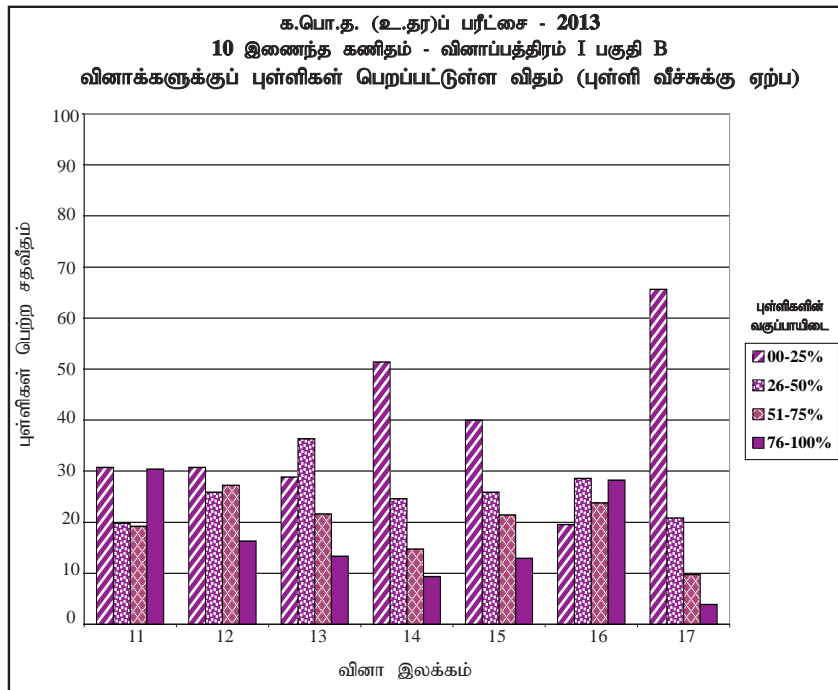
1.3.6 வினாத்தாள் II இன் A, B பகுதிகளின் இலகுச்சுட்டி



வரைபு 2 - (RD/16/05/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

மேற்படி வரைபிற்கேற்ப இவ் வினாக்களுள் அதிக இலகுத்தன்மையுடையது 1வது வினாவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 77% மட்டுமாகும். குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 10 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 6% மட்டுமேயாகும்.

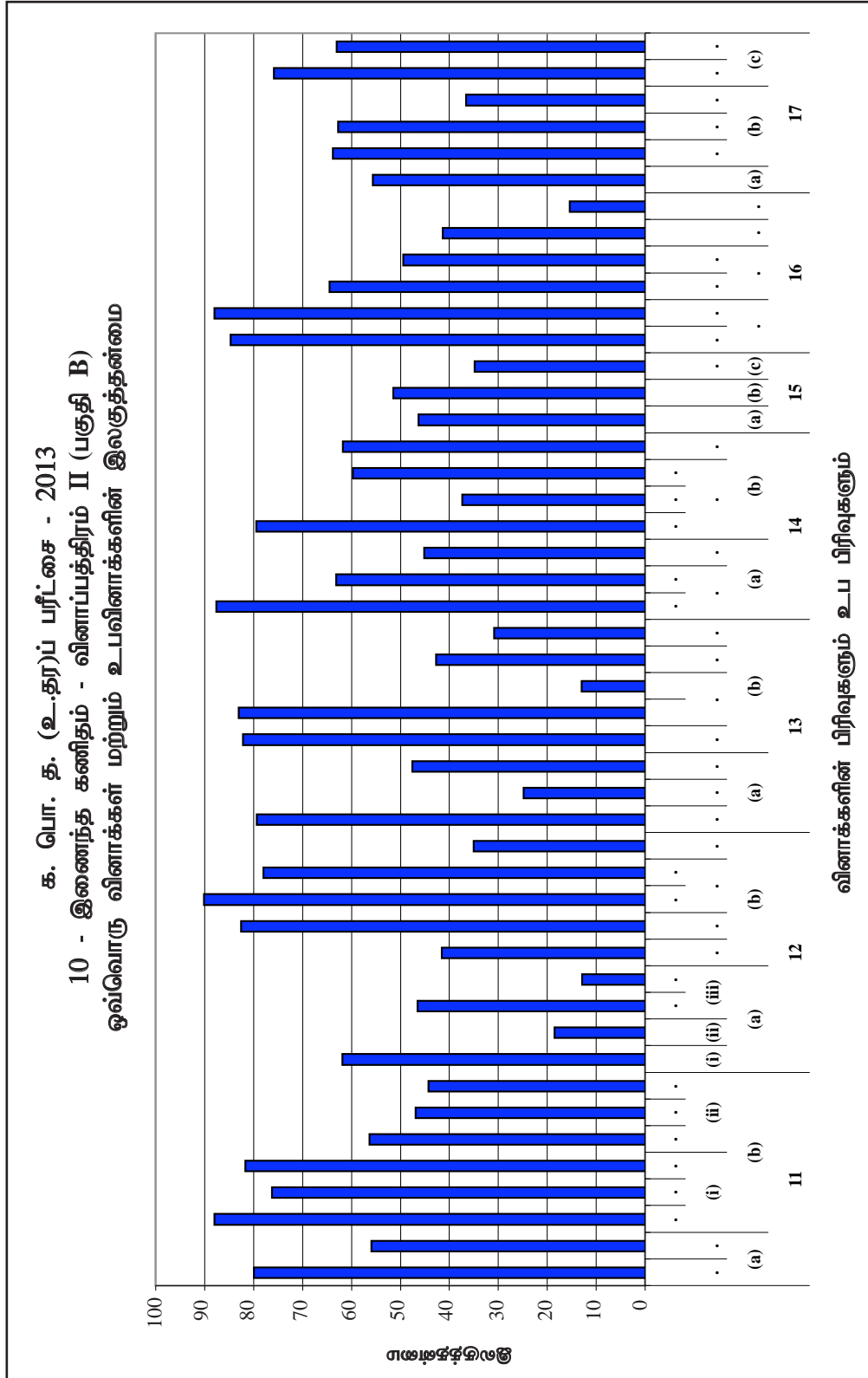
1.3.7 வினாத்தாள் II இன் B பகுதிக்காக புள்ளிகள் பெற்றுள்ள விதம்



வினாப்பத்திரம் 11 இற்கு 150 புள்ளிகள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்தப் புள்ளிகள் 76 - 100% ஆயிடையில் அதாவது, 115 - 150 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றுக் கொண்டவர்கள் விடையளித்த மாணவர்களுள் 30% ஆனோர் மட்டுமேயாகும். இந்த முறைக்கு ஏற்ப அந்த வினாக்களுக்காக உரிய புள்ளிகளுள் 51 - 75% வீதமான ஆயிடையில் அதாவது 80-110 புள்ளிகளுக்கிடையில் பெற்றவர்கள் 19% ஆவதோடு புள்ளிகள் 26 - 50% மான ஆயிடையில் அதாவது 38 - 75 இற்கிடையில் 20% ஆனோர் மட்டும் 0 - 25% மான ஆயிடையில் அதாவது 0 - 35 என்ற வீச்சின் இடையே 31% ஆனோர் மட்டுமே ஆகும்.

வரைபு 3 - (RD/16/02/AL படிவத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டது.)

1.3.8 வினாத்தாள் II இன் B பகுதியின் ஒவ்வொரு வினாவின் பகுதிகளுக்கும் உப பகுதிகளுக்கும் விடை எழுதியுள்ள முறை



மேலே தரப்பட்ட வரைபடத்திற்கேற்ப II ஆம் வினாவின் பிரிவு a (i) இன் இலக்குத்தன்மை 80% ஆகும். 12 ஆம் வினாவின் பிரிவு a (iii) இன் இலக்குத்தன்மை 13% ஆகும்.

பகுதி II

2 வினாக்களும் அவற்றிற்கு விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான விபரங்களும்

2.1 வினாப்பத்திரம் I உம் அதற்கு விடையளிக்கப்பட்டுள்ளமை தொடர்பான விபரங்களும்

2.1.1 வினாப்பத்திரம் I - கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி A - 10 வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **25** புள்ளிகள் வீதம் **250** புள்ளிகள்

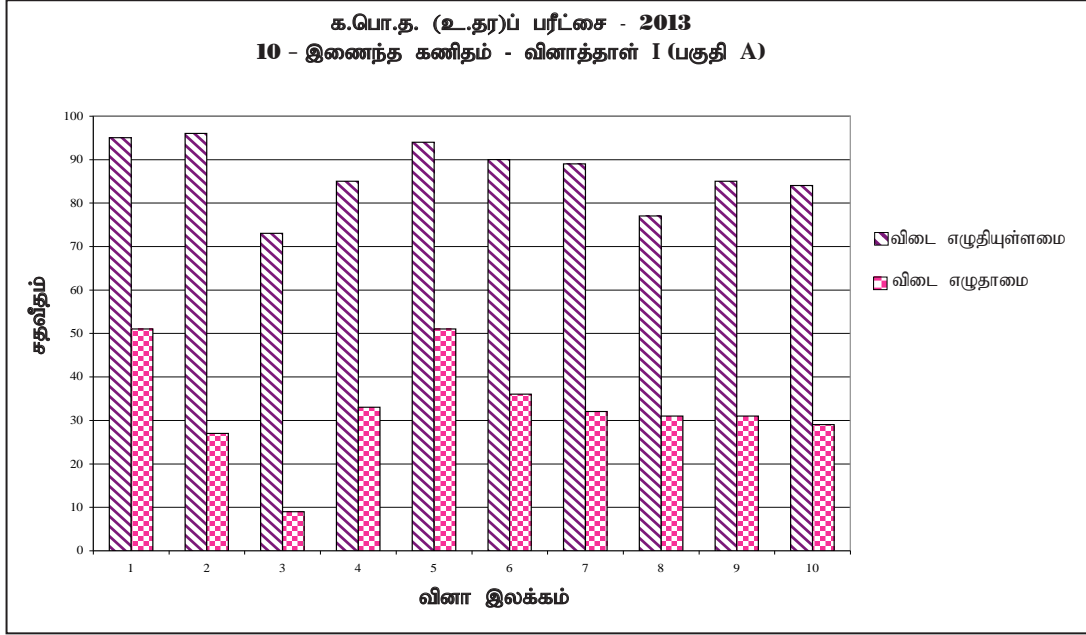
பகுதி B - ஏழு வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **150** புள்ளிகள் வீதம் **750** புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் I இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

* பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.

2.1.2 இணைந்த கணிதம் I ஆவது வினாத்தாளுக்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கண்டிப்பாக விடை எழுத வேண்டும். எனினும் அதற்கு விடை எழுதிய பல்வேறு முறைகளைக் காண முடிந்தது, இந்த 10 வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அதற்கேற்ப அந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



வரைபு 9 : இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவினதும் இலகுத்தன்மை.

வினாப்பத்திரத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இற்கு அதிகமானோர் விடையளித்திருந்தது 1, 2, 5 ஆம் வினாக்களுக்கு மட்டுமேயாகும். பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் 2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்திருந்ததுடன் அதன் சதவீதம் 96% ஆகும். பத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டியது கட்டாயமாக இருப்பினும் சகல பரீட்சார்த்திகளினாலும் விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்துள்ள ஒரே ஒரு வினாவேனும் இந்த பத்து வினாக்களிடையேயும் காணப்படாமை விசேட கவனத்திற் கொள்ள வேண்டியது அவதானிக்கப்பட வேண்டியதாகும்.

மேலும் 3 ஆம் 8 ஆம் இலக்க வினாக்களுக்கு விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகள் 80% த்தினை விடக் குறைந்த சதவீதத்தினர் என அறிய முடிந்தது. அவ்வாறெனின், 20% இற்கும் அதிக சதவீதத்தினர் அந்த வினாக்கள் இரண்டிற்கும் எந்த மட்டத்தினரும் விடை எழுத கருத்திற்கொள்ளாது இருந்துள்ளனர். 3 ஆம் இலக்க வினாவிற்காக விடையளிப்பதற்கு முயற்சித்து இருந்த பரீட்சார்த்திகள் 73% த்தினர் மட்டுமேயாகும்.

இலகுவாகவும் சரியாகவும் விடை எழுதுவதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் மிகவும் திருப்திகரமாக புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளதாக எதிர்பார்ப்பதுடன் இந்த பத்து வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 50% இனை அண்மித்து இருந்தமை. 1 தொடக்கம் 5 வரையிலான வினாக்களுக்கு மட்டுமேயாகும். அது 51% ஆகும். எஞ்சிய எட்டு வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மை 40% இனை விடக் குறைந்ததோடு மிகவும் குறைவாக விடை எழுதியிருந்த வினா 3 இனது இலகுத்தன்மை 9% இனை விடமிகக் குறைந்ததாக எல்லைப்பட்டிருந்தது. பரீட்சார்த்திகளில் 96% ஆன உச்ச சதவீதத்தினர் விடை எழுதியிருந்த வினா இலக்கம் 2 ன் இலகுத்தன்மை 27% இற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டிருந்தமை தெட்டத் தெளிவான பண்பொன்றாக காணப்பட்டதுடன் இலகுத்தன்மை குறைந்த வினாக்களுள் 2 ஆவது வினாவானது இரண்டாம் இடத்தைப் பெற்றுள்ளது. பொதுவாகப் பார்க்கும் போது பத்து வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 09 - 51 என்ற வீச்சிற்கு குறைவடைந்திருந்தமையை அவதானிக்க முடிந்தது.

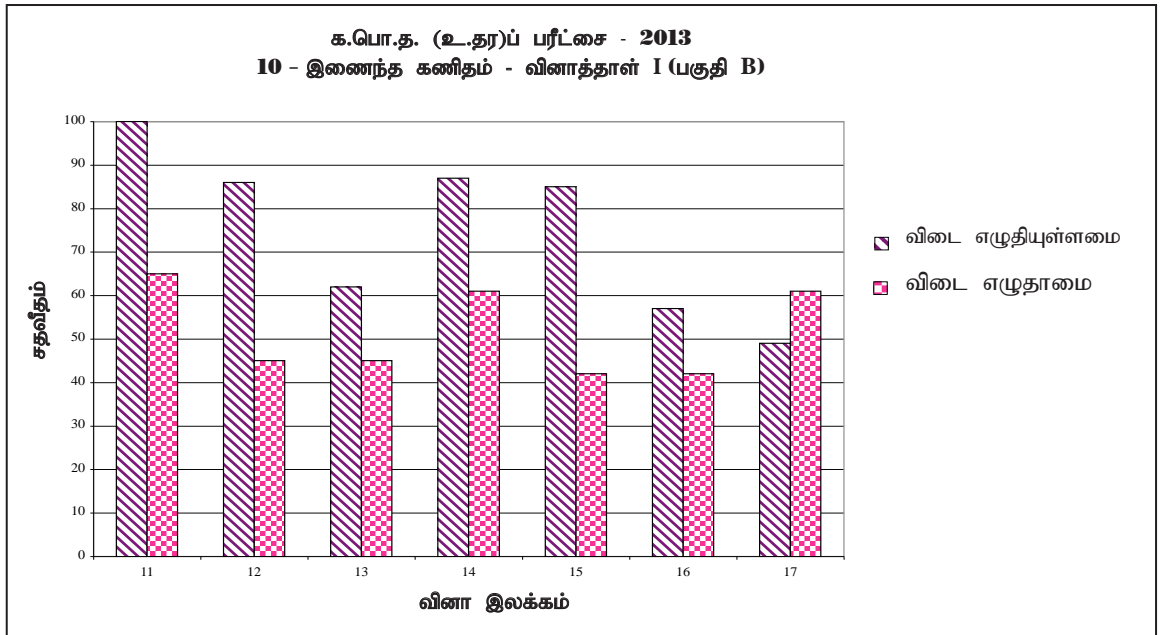
இந்த பத்து வினாக்களையும் செய்த பரீட்சார்த்திகளின் துலங்களின் தன்மையை மிகவும் பகுப்பாய்ந்து பார்ப்பதற்காக அட்டவணையில் காட்டியுள்ள தகவல்களைப் பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	15	55	77	40	19	33	43	38	44	49
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	30	12	3	17	43	11	21	18	18	18
வினாவின் % இலகுத்தன்மை		51	27	9	33	51	36	32	31	31	29

அட்டவணை 5 : இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாத மற்றும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவிற்குரிய முழு அளவிலான புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளுள் மிகக் கூடிய சதவீதத்தினர் அதாவது 43% இனை பெற்றுது வினா இலக்கம் 5 இற்கு என்பதையும் ஏனைய வினாவிற்காக 25 புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 30% இனைத் தாண்டவில்லை என்பதும் மேலேயுள்ள தகவல்கள் மூலம் தெரியவருகிறது. வினா இலக்கம் 3 இற்கு 25 புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 3% மட்டுமேயாகும். இந்த வினாவிற்கு விடை எழுதிய பரீட்சார்த்திகளுள் 77% இனர் புள்ளிகளைப் பெற்றிருக்கவில்லை என்பது தெரிகிறது. அதற்கு மேலதிகமாக வினா இலக்கம் 2, 4, 7, 9, 10 என்ற ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளுள் 40% இற்குக் குறையாத சதவீதத்தினர் ஒரு புள்ளியைக் கூடப் பெற்றிறாமை தெட்டத் தெளிவாகத் தெரிகிறது. இணைந்த கணித பாடத்தில் I ஆவது வினாத்தாளில் அடிப்படையாக அமைந்த தூய கணித விடயத்திற்குரிய வரைவிலக்கணங்கள் மற்றும் அடிப்படை எண்ணக்கருக்களை கருத்திற் கொண்டு தயாரிப்பதற்கு தீர்மானிக்கப்பட்டுள்ள இந்த பத்து வினாக்களும் அந்தப் பாடத்திற்கு தோற்றியுள்ள பரீட்சார்த்திகளுக்கு மிகவும் இலகுவாகப் புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும் என எதிர்பார்க்கப்பட்டாலும் மேலுள்ள தரவுகளில் இருந்து தெரியவருவது அது நடைபெறவில்லை என்பதாகும்.

இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி B யிலே தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமது விருப்பத்திற்கேற்ப தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதோடு அந்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாப்பத்திரம் I இற்குரிய புள்ளி 1000 இல் 150 என்றவாறு கிடைக்கப்பெறும். அந்த வினாவைத் தெரிவு செய்த முறையில் அவற்றின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



வரைபு 10 : இணைந்த கணிதம் I இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவினதும் இலகுத்தன்மை.

வினாத்தாள் I இன் பகுதி B யில் தரப்பட்டுள்ள ஏழு வினாக்களில் அதிகமாக அதாவது, 100% ஆக உயர்ந்தபட்சம் தெரிவு செய்வதற்கு முடியுமாய் இருப்பது 11 ஆம் வினாவாகும். இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் அது 65% ஆகும். அதன் மூலம் அறிய முடிவது இந்த வினாப்பத்திரத்தின் பகுதி A யில் உள்ள வினாக்களை விட அதிகமாக 11 ஆவது வினாவிற்கு விடை எழுதுவதற்கு மாணவர்கள் முன்ஆயத்தமாக உள்ளனரென்பது தெளிவாகிறது. இந்த வினாவிற்கு அடிப்படையாக அமைவது “அட்சர கணிதம்” என்ற கருப்பொருளின் கீழ் வருகின்ற அட்சரகணித காரணிகள் மற்றும் மீதித் தேற்றம், இருபடிச் சார்புகள் போன்ற விடயங்களாகும்.

வினாத்தாள் I இன் பகுதி B பகுதியிலே உள்ள வினாக்களில் இருந்து மிகவும் குறைவாக தெரிவு செய்யப்பட்டிருப்பது 17 ஆவது வினாவாகும். அது பரீட்சார்த்திகளில் 49%த்தினர் ஆகும். அதன் இலகுத்தன்மை 61%ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மைகளில் இரண்டாவதாக இருப்பது 11 ஆவது வினாவிற்கு மட்டுமேயாகும். தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் மிகவும் குறைவான இலகுத்தன்மை காணப்படுவது 15 மற்றும் 16 ஆம் வினாக்களாவதோடு அது 42% ஆகும். வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி A யில் 1 மற்றும் 5 ஆம் வினாக்களைத் தவிர எஞ்சிய எட்டு வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மை பகுதி B யின் வினாக்களில் குறைந்த இலகுத்தன்மையை விட மிகக் குறைவானது. அதன் மூலம் அறிய முடிவது வினாப்பத்திரம் I இன் பகுதி A யிற்கு விடை எழுதுவதைவிட B பகுதிக்கு விடை அளிப்பதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் புள்ளியைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முயற்சித்துள்ளனர் என்பதாகும். அந்த முயற்சி வெற்றியளித்துள்ளமையைக் காண முடிகிறது. மேலும் வினாப்பத்திரம் I இன் A பகுதியின் வினாக்களில் நடுத்தர இலகுத்தன்மை (Average facility) 33% ஆவதோடு பகுதி B யின் வினாக்களில் நடுத்தர இலகுத்தன்மை 52% ஆகும். அதன் மூலம் மேலுள்ள கருத்து உறுதிப்படுத்தப்படுகிறது. அதற்கேற்ப வினாப்பத்திரம் I இன் மொத்த இலகுத்தன்மை (Overall facility) 47% ஆகும்.

வினாத்தாள் I இன் மொத்த இலகுத்தன்மை 47% இற்கு எல்லைப்படுத்தப்பட்டமையின் மூலம் தெரியவருவது இணைந்த கணிதத்தில் மிகவும் தத்துவமான விடயங்கள் அடங்கிய தூய கணித விடயங்களைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட வினாக்களுக்கு உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ளுமாறு விடைகளை அளிப்பதற்கு முயற்சித்து இருக்கவில்லை. இந்தப் பின்னடைவு மற்றும் நேரடியான வினாக்களை தினமும் மீட்டுவதில் மாணவர்கள் ஈடுபட வேண்டும். உடனடியாக அல்லது பாட அலகுகளை சார்பாகவோ இவ்வகையான சுருக்க வினாக்கள் உட்பட்ட மீட்டல் பயிற்சிகளில் மாணவர்கள் ஈடுபட்டு குறுகிய காலத்தினுள் அவ்வகையான வினாக்களுக்கு விடை அளித்து உச்ச அளவிலான புள்ளிகளைப் பெறும் திறன் அவர்களுள் விருத்தி செய்யப்படல் வேண்டும். உடனடியாகவோ அல்லது பாட அலகுகள் சார்பாகவோ இவ்வகையான சுருக்க வினாக்கள் உட்பட்ட மீட்டல் பயிற்சிகளில் மாணவர்கள் ஈடுபட்டு குறுகிய காலத்தினுள் அவ்வகையான வினாக்களுக்கு விடை அளித்து உச்ச அளவிலான புள்ளிகளைப் பெறும் திறன் அவர்களுள் விருத்தி செய்யப்பட வேண்டும். அதன் மூலம் மாணவர்களுக்கு கையாளக்கூடிய திறமை மற்றைய வினாப்பத்திரங்களில் அடங்கியுள்ள வினாக்களுக்கு சரியாக விடை எழுதுவதற்கு அவர்களுக்கு மனத்தையம் வரும். அதன் மூலம் மிகவும் திருப்திப் படக்கூடிய பெபேறுகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக மாணவர்களை ஈடுபடுத்த முடியும்.

2.1.2 I ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்

இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் I பகுதி A

1 ஆம் வினா

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^n (2r+1) = n(n+2)$ என நிறுவுக.

$$n = 1 \text{ ஆகும் போது R.H.S } = \sum_{r=1}^1 (2r+1) = 3 ,$$

$$\text{R.H.S} = 1(1+2) = 3$$

ஆகவே $n = 1$ இற்கு முடிவு உண்மையானதாகும்.

(5)

முடிவு $n = k$ இற்கு உண்மையானது என எடுத்துக் கொள்க.

இங்கு ஏதாவது $k \in \mathbb{Z}^+$ ஐ எடுக்க.

$$\text{i.e. } \sum_{r=1}^k (2r+1) = k(k+2) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{இப்போது } \sum_{r=1}^{k+1} (2r+1) &= \sum_{r=1}^k (2r+1) + [2(k+1)+1] = k(k+2) + 2k+3 \\ &= k^2 + 4k + 3 = (k+1)(k+3) \end{aligned} \quad (5)$$

ஆகவே முடிவு $n=k$, இற்கு உண்மையானதாயின் இது $n=k+1$ இற்கு உண்மையானதாகும். $n=1$ இற்கு

முடிவு உண்மையென ஏற்கனவே நிறுவப்பட்டுள்ளது. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டின் படி எல்லா

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் முடிவு உண்மையானதாகும்.

(5)

25

1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 95% ஆனோர் விடையளிக்க முற்பட்ட வினா இதுவாகும். எனினும் வினாவின் இலகுத்தன்மை 51% இற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அதாவது அந்தப் பரீட்சார்த்திகளுக்கு பொதுவாகப் பெற்றுக்கொள்ள முடியுமாய் இருந்தது. பெற்றுக்கொள்ளக் கூடிய உயர் அளவிலான புள்ளிகளின் அண்ணளவாக அரைவாசி அளவு மட்டுமேயாகும். சில பரீட்சார்த்திகள் அளித்துள்ள விடைகளுள் தெளிவாகத் தெரியும். பின்னடைவாக $n = k$ (இங்கு k நேர் நிறையெண்) இற்காக பெறுபேறு உண்மை என எடுகோள்

$$\text{செய்யும்போது } \sum_{r=1}^k (2r+1) = k(k+2) \quad \text{இற்காக } \sum_{r=1}^k (2k+1) = k(k+2) \text{ எனப் பிழையாக}$$

எழுதியிருந்தனர். மேலும் நிறுவலை பூரணப்படுத்துவதற்காக விடையின் இறுதியிலேயே கணித தொகுத்தறி கோட்பாட்டிபாட்டிற்கேற்ப “தரப்பட்ட கூற்று உண்மை” என எழுதியிருப்பினும் அனேகமான விடைகளில் அது தொடர்பாக குறிப்பிடப்படாமையினால் மொத்தப் புள்ளிகளும் கிடைக்காமையைக் காண முடிந்தது. “கணித தொகுத்தறித் கோட்பாட்டை” பயன்படுத்தும் போது தரப்பட்ட பெறுபேற்றில் எந்தவொரு நேர் நிறை எண்ணிற்காகவும் உண்மை என நிறுவும் திறமை பரீட்சார்த்திகளிடம் இருந்தாலும் அந்த செயற்பாடுகளுக்குரிய சகல படிமுறைகளையும் சரியாகவும் கோட்பாட்டு ரீதியாகவும் ஒழுங்குமுறையிலும் முன்வைப்பதற்கு மாணவர்களால் முடியாது இருந்தமை இந்த நிலைமைக்கு காரணமாக இருக்க முடியும். “கணித தொகுத்தல் கோட்பாடு” என்றால் என்ன என்பதை மாணவர்கள் சரியாக புரிந்து கொள்ளாததின் முக்கியத்துவம் கற்கும் போது கவனத்திற்கொள்ள வேண்டும்.

2 ஆம் வினா

2. சமனிலி $\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

$$\frac{2x+1}{3x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{3x-1} - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1-(3x-1)}{3x-1} \geq 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2-x}{3x-1} \geq 0$$

குறிப்பு $x = 5$ ஆகும் போது $\frac{2-x}{3x-1} = 0$; $x = \frac{1}{3}$

(5)

(5)

(5)

	$x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < 2$	$2 < x$
$2-x$	(+)	(+)	(-)
$3x-1$	(-)	(+)	(+)
$\frac{2-x}{3x-1}$	(-)	(+)	(-)

ஆகவே வேண்டிய தீர்வுத் தொடை = $\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{3} < x \leq 2\}$

(5)

25

2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் அதாவது 96%த்தினர் விடையளிப்பதற்கு முயற்சி செய்திருப்பினும் இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை 27% இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. அட்சரகணித சமனிலியைத் தீர்த்தல் தொடர்பான அடிப்படைக் கோட்பாடுகளைக் கொண்டு இந்த வினாவிற்கு மிகவும் இலகுவாகவும் விரைவாகவும் விடையளித்து அதற்குரிய 25 புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியுமாயிருந்தும் அட்சர கணித சமனிலியைத் தீர்க்கும் போது சரியாகவும் தர்க்க ரீதியாக படிமுறை படிமுறையாக முன்னோக்கி செல்ல முடியுமாய் இல்லாமையால் புள்ளிகள் குறைவடைந்தமையைக் காண முடிகிறது. சந்தேகமின்றி நேரானதாக காணப்படாத தொகுதிகளில் சமனிலித்தன்மையானது இருபுறமும் பெருக்குவதால் (குறுக்குப் பெருக்கம்) அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளினால் விடப்பட்ட பாரிய தவறாகும். தரப்பட்ட சமனிலிகளைத் தீர்க்கும் போது $3x-1=0$ ஆகும் போது அதன் இடது புறம் கருத்தின்றி இருப்பதனால் $3x-1>0$ ஆகும் சந்தர்ப்பத்திலும் $3x-1<0$ ஆகும் சந்தர்ப்பத்திலும் (அதாவது, $x > \frac{1}{3}$ மற்றும் $x < \frac{1}{3}$) வேறு வேறாக கருதுவது அவசியமில்லை. $x = \frac{1}{3}$ சமனிலித்தன்மை காணப்படாமையாயினும் சில பரீட்சார்த்திகள் இதனைக் கவனத்திற் கொள்ளாமையினால் தீர்வுத்தொடையை எழுதும் போது மட்டும் $x = \frac{1}{3}$ ஆக முடியும் என கருத்திற் கொண்டுள்ளனர். $x \neq \frac{1}{3}$ ஆக இருக்க முடியும் என விளங்கிக் கொள்ளாமை அதற்குக் காரணமாகும். புள்ளியிடும் திட்டத்திலே காட்டப்பட்டுள்ள மேலுள்ள முறைக்கு மேலாக வேறு முறைகளை பாவித்திருப்பினும் சமனிலியின் தீர்வை பெற்றுக்கொள்ளும் திறமை காணப்பட்டுள்ளது. பெற்றுக்கொள்ளப்பட்ட கூற்றில் மாறலைச் சோதிக்கும் மேலதிகமாக சரியான தீர்வுத் தொடையை விடையாக முன்வைப்பதற்கு மாணவர்களைப் பழக்குதல் அவசியமாகும்.

3 ஆம் வினா

3. எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் ஒரு முடிவில் தொடரின் முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை $6 - \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ இனால் தரப்படுகிறது. இத் தொடரின் n ஆம் உறுப்பைக் கண்டு தொடர் ஓர் ஒருங்கும் பெருக்கல் தொடரெனக் காட்டுக.

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு a_n என்பது தொடரின் n ஆம் உறுப்பு அத்துடன் $S_n = 6 - \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ என்க.

$$a_n = S_n - S_{n-1} \quad (5)$$

$$\left[6 - \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}} \right] - \left[6 - \frac{2^n}{3^{n-2}} \right] \quad (5)$$

$$= \frac{2^n}{3^{n-1}} = 2 \times \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \quad (5)$$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ஆனது முதலாம் உறுப்பு 2 ஐயும் பொது விகிதம் $\frac{2}{3}$ ஐயும் கொண்ட ஒரு (5)
பெருக்கற்றொடராகும். (5)

இத் தொடர் ஒருங்குகிறது. ஏனெனில் $\left| \frac{2}{3} \right| < 1$ (5) 25

3 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் மிகக் குறைந்த சதவீதத்தினர் அதாவது 73% இனர் மட்டும் விடை எழுதியிருந்த இந்த வினாவினது இலக்குத்தன்மை 9% அளவிலாகக் காணப்பட்டமையை மிகுந்த அவதானத்தில் கொள்ள வேண்டியது அவசியமாகும். இந்த வினாவினுள் அடங்கியிருந்த பிரச்சினையாகக் கருத முடிவது முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் கருதி தரப்பட்ட விருத்தியின் இயல்புகளை அறிந்து கொள்வதாகும். விருத்தியினது முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் கருதி தரப்பட்ட விருத்தியின் இயல்புகளை அறிந்து கொள்வதாகும். விருத்தியினது முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை தரப்படும்போது n ஆவது உறுப்பைக் காண்பது இலகுவான மாற்று வழியாகும். அவ்வாறெனின், $S_n - S_{n-1} = T_n$ எனப் பாவிக்கப்பட முடியும் என அறிந்திருப்பது அதற்கு அவசியமாகும். மேலும் விருத்தியின் n ஆவது உறுப்பு T_n என்பது ar^{n-1} வடிவில் காட்டும்போது ஒருங்குத் தொடர் பெருக்கல் தொடராகும்போது, அதன் பொதுவிகிதம் r ; ஆனது $|r| < 1$ என்ற சமனிலியைத் திருத்திப்படுத்தும் போது பெருக்கல் தொடர் ஒருங்கும் என பரீட்சார்த்திகள் தெரிந்திருக்க முடிவதோடு அவ்வாறு இல்லாத போது பாவிக்கப்படும் எனவும் இந்த வினாவிற்கு விடையளிக்கும் போது கருத்திற் கொள்ள வேண்டும்.

சில பரீட்சார்த்திகள் தொடரின் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகைக்கு முறையே $n = 1, n = 2, n = 3, n = 4$ என பிரதியிடும்போது S_1, S_2, S_3, S_4 இனைக் கண்டு அதன்மூலம் தொடரின் முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் பெற்று அந்தத் தொடரானது பெருக்கல் தொடர் என காரணத்தை முன்வைத்திருந்தாலும் அது போதுமான காரணியொன்றாக கருதிக் கொள்ள முடியாது. சில பரீட்சார்த்திகள் $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 6$ என பாவிக்கப்பட (முடியும்) எனக் காட்டுவதன் மூலம் உறுப்பானது ஒருங்கு தொடர் என காட்டுவதை ஏற்றுக்கொள்ள முடியும்.

4 ஆம் வினா

4. $a \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். $\left[x + \frac{a}{x^3} \right]^{20}$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் x ஐச் சாராத உறுப்பு $\frac{969}{2}$ ஆகும்.

a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

ஈருறுப்புத் தோற்றத்தின் மூலம்,

$$\begin{aligned} \left[x + \frac{a}{x^3} \right]^{20} &= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r x^{20-r} \left[\frac{a}{x^3} \right]^r \quad \text{இங்கு } r = 0, 1, 2, \dots, 20, \quad {}^{20}C_r = \frac{20!}{r! (20-r)!} \\ &= \sum_{r=0}^{20} {}^{20}C_r a^r x^{20-4r} \quad (5) \end{aligned}$$

x ஐச் சாராத உறுப்பு $20 - 4r = 0$, இனால் தடுக்கப்படுகின்றது

ஆகவே $r = 5$ (5)

$$\text{இவ்வுறுப்பு } \frac{969}{2} \text{ எனத் தரப்படுவதால், } {}^{20}C_5 a^5 = \frac{969}{2} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{20!}{15!5!} a^5 = \frac{969}{2} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow a^5 = \frac{1}{32} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \quad (5)$$

4 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 85% ஆனோர் இந்த வினாவிற்கு விடையளித்திருப்பினும் அதன் இலகுத்தன்மை 33% இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. பெருமளவிலான பரீட்சார்த்திகள் விரியின் பொது உறுப்பை சரியாக எழுதியிருந்தாலும் அதன் பொது உறுப்பு ${}^{20}C_r a^r x^{20-4r}$ என்பதை சரியாக பெற்றுக் கொள்ளாமையினால் x இனது சாராத உறுப்பிற்காக $r = 5$ என சரியாகப் பெற்ற சில பரீட்சார்த்திகளும் ${}^{20}C_5$ என சரியாக சுருக்காமையினால் புள்ளிகளைப் பெற முடியாது போனது. மிகவும் குறைந்த படிகளில் சரியான விடையை விரைவாகப் பெறக் கூடிய இவ்வாறான வினாவிற்கு விடை அளித்து உச்ச புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்ள பரீட்சார்த்திகளை ஈடுபடுத்த வேண்டும்.

5 ஆம் வினா

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}} \times \left[\frac{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}} \right] \quad (5) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2x^2} (\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}) \quad (5) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{4\left(\frac{x}{2}\right)^2} (\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}) \quad (5) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4} \left[\frac{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\left(\frac{x}{2}\right)} \right]^2 (\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1-x^2}) \\
 &= \frac{1}{4} \times 1 \times (2) = \frac{1}{2} \quad (5)
 \end{aligned}$$

25

5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த வினாற்காக விண்ணப்பதாரிகளுள் 94% ஆனோர் விடை எழுதி இருந்ததுடன் இதன் இலகுத்தன்மை 51% ஆகும். இலகுத்தன்மை அதிகமான இரு வினாக்களில் இதுவும் ஒன்றாகும். அட்சர மற்றும் திரிகோண கணித இணையைக் கொண்ட சார்பினது எல்லைப் பெறுமானத்தைக் காண்பது தொடர்பான அறிவைப் பயன்படுத்தி விடையளிக்க வேண்டிய இந்த வினாவில் எல்லை தொடர்பான அறிவைப் பயன்படுத்தி விடையளிக்க வேண்டிய இந்த வினாவில் எல்லை தொடர்பான விதிகளை சரியாகப் பயன்படுத்தாமையினால் சரியான விடையை பெற்றுக்கொள்ளாமைக்கு ஒரு காரணமாகும். எல்லைகள் தொடர்பான அடிப்படைத் தேற்றங்களின் பயன்பாடுகள் உள்ளடக்கப்பட்ட பயிற்சிகளில் அந்த ஒவ்வொரு தேற்றத்தையும் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்கள் தெளிவாக வகைக் குறிக்கப்படுமாறு சார்புகளைத் தயாரித்துக் கொண்டு படிமுறைகளைச் சரியாக எழுதி இருந்தாலும் அனேகமாக மாணவர்களின் விடைகளில் அதனைக் காண முடியாமை குறைபாடானதோடு புள்ளிகளைப் பெற முடியாமைக்கும் அது காரணமாகும். விடைகளில் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ள படிமுறைகளைக் கடைபிடிப்பதன் மூலம் முடிவிற்கு வருவதற்குப் பயன்படுத்திய தேற்றங்களை ஒழுங்கு முறையில் வகைக்குறிக்கப்படுமாறு இத்தகைய பயிற்சிகளில் சரியாக விடையை முன்வைப்பதனால் உயர் புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதில் பரீட்சார்த்திகள் கவனத்தைச் செலுத்தல் வேண்டும்.

6 ஆம் வினா

6. $\frac{d}{dx} \left\{ x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right\} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\int \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$ ஐக் காண்க.

$$\frac{d}{dx} \left\{ x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right\} = \frac{x}{(x + \sqrt{x^2 + 1})} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad (5)$$

$$= \frac{x}{(x + \sqrt{x^2 + 1})} \cdot \frac{(\sqrt{x^2 + 1} + x)}{\sqrt{x^2 + 1}} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad (5)$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

மேலும் $\frac{d}{dx} \sqrt{x^2 + 1} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}},$

ஆகவே $\frac{d}{dx} \left\{ x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} \right\} = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad (5)$

$\therefore \int \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + C, \quad (5)$

இங்கு C என்பது எதேச்சையான ஒருமையாகும்.

25

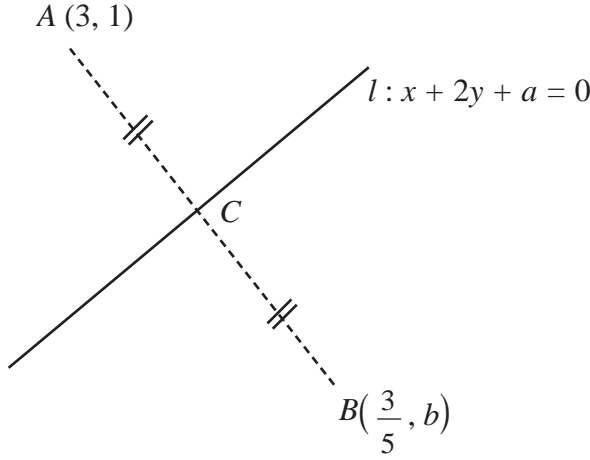
6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 90% மாணார் விடையளித்திருந்த இந்த வினாவின் இலக்குத்தன்மை 36% ஆகும். வகையீட்டில் வரும் சங்கிலி விதி தொடர்பான அறிவு போதுமானதாக இல்லாமையினால் முழுமையான சரியான விடையை முன்வைத்திருந்தது மிகக் குறைந்தவர்களேயாகும். தொகையீட்டில் உள்ள உடன்பாட்டு முறை தொடர்பான அறிவு குறைந்தமையினால் புள்ளிகள் குறைவடைவதற்கு செல்வாக்குச் செலுத்திய மற்றுமொரு விடயமாகும். தொகையீடு செய்ய முடியுமான பின்னத்தை சரியான முறையில் தயாரித்துக் கொள்ள முடியாமைக்கு காரணமாக அமைந்தது. மேலும் வரையறுக்கப்படாத தொகையீட்டில் எதேச்சையான மாறிலியைக் குறிப்பிடப்படாமையினால் அநேகமான பரீட்சார்த்திகளுக்கு உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொள்ள முடியாது போனது. வகையீட்டை எதிர் ஆக முன்வைக்கப்படாத எளிய தொகையீட்டை சார்ந்த பயிற்சிகளில் ஈடுபடுத்துவதனால் மாணவர்கள் பெறும் அனுபவம் இத்தகைய வினாக்களில் சரியாக விடை அளிப்பதற்காக மிகவும் பயனுள்ளதாகும்.

7 ஆம் வினா

7. புள்ளி $(3, 1)$ இன், நேர்கோடு $x + 2y + a = 0$ இன் மீது உள்ள விம்பம் புள்ளி $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ஆகும்.

இங்கு a, b ஆகியன மாறிலிகள், a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



C என்பது AB யின் நடுப்புள்ளி என்க.

$$C = \left[\frac{3 + \frac{3}{5}}{2}, \frac{1 + b}{2} \right] \quad (5)$$

நேர்கோடு l மீது C கிடப்பதால் $\frac{9}{5} + (1 + b) + a = 0$ (5)

$$\therefore a + b = -\frac{14}{5} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$AB \perp l \text{ ஆதலால் } \left[\frac{b - 1}{\frac{3}{5} - 3} \right] \times \left(-\frac{1}{2} \right) = -1 \quad (5)$$

$$\therefore b - 1 = -\frac{24}{5}$$

$$b = -\frac{19}{5} \quad (5)$$

$$(1) \Rightarrow a = 1 \quad (5)$$

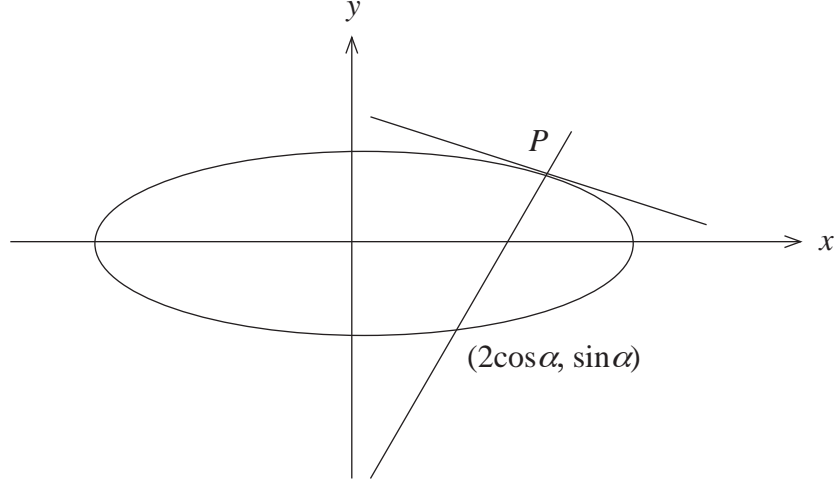
25

7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 89% இனர் விடையளித்திருந்த இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை 32% ஆகும். கேத்திர கணிதத்தில் வரும் எளிய கோட்பாட்டைக் கொண்டு விடையளிக்க வேண்டியிருந்த இந்த வினாவில் C யினது ஆள்கூற்றை b யில் சரியாகப் பெற்றிருந்தாலும் அந்த ஆள்கூற்றை $x + 2y + a = 0$ இல் பிரதியிட்ட பின்னர் a, b யிற்கிடையான மற்றைய தொடர்பைக் கட்டியெழுப்ப முடியாமை அல்லது சரியாகச் சுருக்காத காரணத்தினால் a, b ஆகியவற்றின் சரியான பெறுமானத்தை பெற்றுக்கொள்வதில் பெரும்பாலான மாணவர்களுக்கு முடியாது இருந்தது. நேர்கோட்டினது பரமானத்தை குறிப்பதற்கு பயன்படுத்தும் இந்த வினாவிற்கு விடையளிக்க முடிவது எளிய நேர்கோடு தொடர்பான ஆரம்பக் கோட்பாடுகளை பழகிக்கொள்வதுடன் எளிய பயிற்சிகளைத் தினமும் செய்வதன் மூலம் அந்த பின்னடைவை இல்லாது செய்ய முடியும். இதற்கு விடைஎழுதும் போது பரீட்சார்த்திகள் நினைவில் வைத்திருக்க வேண்டிய தேற்றங்கள் தொடர்பான சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி தீர்த்து இருந்ததுடன் அதனை விட இந்த வினாவில் தரப்பட்ட விடயங்களுக்கு ஏற்ப கோட்டினது இருபுற புள்ளிகள் இரண்டு அமையும் போது திருப்திப்படுத்த வேண்டிய தேவைப்பாடுகளைப் பயன்படுத்தி தீர்வை முன்வைப்பதற்கு முயற்சித்துள்ளனர்.

8 ஆம் வினா

8. $x = 2\cos\theta$, $y = 2\sin\theta$, இனால் தரப்படும் வளையி C எனக் கொள்வோம். இங்கு θ ஒரு பரமானம், வளையி C யிற்கு $\theta = \frac{\pi}{4}$ ஐ ஒத்த புள்ளியிலுள்ள செவ்வனானது வளையி C யை மறுபடியும் $\theta = \alpha$ ஐ ஒத்த புள்ளியில் சந்திக்கிறது. $2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0$ எனக் காட்டுக.



$\theta = \frac{\pi}{4}$ இற்கு பரமான புள்ளி P எனில்,

$$P = \left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\frac{dx}{d\theta} = 2\sin\theta, \frac{dy}{d\theta} = \cos\theta \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-\cos\theta}{2\sin\theta} \quad (5)$$

$$P \text{ இல் தொடலியின் சாய்வு} = \frac{1}{2} \cot \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore P \text{ இல் உள்ள செவ்வனின் சாய்வு} = 2 \quad (5)$$

$$P \text{ யில் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாடு} = y - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(x - \sqrt{2}) \quad (5)$$

$(2\cos\alpha, \sin\alpha)$ இக்கோட்டில் கிடப்பதால்,

$$\sin\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} = 2(2\cos\alpha - \sqrt{2})$$

$$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$$

$$2\sin\alpha - 8\cos\alpha + 3\sqrt{2} = 0 \quad (5)$$

25

8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

77% மான பரீட்சார்த்திகள் விடையளித்திருந்த இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை 31%ஆகும். இந்த வினாவிற்கு விடை எழுதும்போது தரப்படும் வளைவிற்கு அதன் மீது அமைந்துள்ள புள்ளியில் வரையப்படும் செவ்வெண்ணினது சமன்பாட்டை பெறுவதும் தரப்பட்ட வேறொரு புள்ளியினூடாக அந்த செவ்வைச் செல்லும் காரணத்தினால் அந்தப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் மூலம் செவ்வெண்ணின் சமன்பாடு திருப்தி செய்யப்படுவதனால் தரப்பட்ட தொடர்பை கட்டியெழுப்பும் திறன் காணப்பட வேண்டும். இந்தக் கற்றல் செயற்பாடுகளில் தினமும் சந்திக்கும் பயன்பாட்டு சந்தர்ப்பமாயினும் பரமான வகையிடலை சரியாகச் செய்யாத காரணத்தினால் பரமானத்தைக் கொண்டு ஆள்கூறுகள் தரப்படும் புள்ளியினூடாக செல்லும் தெரிந்த சாய்வுடன் கூடிய எளிய நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைப் பெற்றுக் கொள்ளும் திறமை குறைந்தமையால் விடைக்காக வழங்கப்படும் புள்ளிகள் குறைவதற்கு காரணமாக அமைந்திருந்தது.

9 ஆம் வினா

9. ஆரை 1 ஐயும் நேர்கோடு $x + y = 0$ மீது கிடக்கும் மையத்தையும் உடைய ஒரு வட்ட C ஆனது, வட்டம் $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$ ஐ நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுகிறது. C யின் மையத்தின் ஆள்

வட்டம் C யின் மையம், நேர்கோடு $x + y = 0$ மீது கிடப்பதனால், இம் மையத்தின் ஆள்கூறுகள் $(t, -t)$ ஒரு சில $t \in R$ இற்கு (5)

மையம் $(t, -t)$ ஐயும் ஆரை 1 ஐயும் உடைய வட்டம் யின் சமன்பாடு

$$(x - t)^2 + (y + t)^2 = 1 \text{ ஆகும். (5)}$$

$$x^2 + y^2 + 2tx + 2ty + 2t^2 - 1 = 0 \quad (5)$$

இவ் வட்டம் $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$ எனும் வட்டத்தை நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டுவதனால்

$$2(t)(2) = (2t^2 - 1) + 3 \quad (5)$$

$$\text{அதாவது } 2t^2 - 4t + 2 = 0 ; (t - 1)^2 = 0$$

$$\therefore t = 1$$

$$\therefore C \text{ யின் மையத்தின் ஆள்கூறு } = (1, -1) \text{ ஆகும். (5)}$$

25

9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

85% மான பரீட்சார்த்திகள் விடை எழுதியிருந்த இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை 31%ஆகும். புள்ளி வழங்கும் திட்டத்திலே எதிர்பார்த்த முறைக்கு வழங்கப்படும் விடை மிகவும் குறைவாக இருந்தது. அதிகமான மாணவர்கள் மையத்தின் ஆள்கூறு மற்றும் ஆரையைக் கொண்டு வட்டத்தின் சமன்பாட்டைப் பெற்று இருந்தனர். எனினும் இரு கூட்டல்களும் நிமிர் கோண முறையில் இருக்க வேண்டிய தேவைகளை சரியாக பயன்படுத்தி இராமையினால் திருப்திகரமான விடை குறைவடைவதற்கு காரணமாக அமைந்தது.

10 ஆம் வினா

10. $\sin \theta = -\frac{1}{3}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ எனின், $\sin 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ எனவும் $\tan 2\theta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$ எனவும் காட்டுக.

$$\sin \theta = -\frac{1}{3}, \quad \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \quad \text{என்க.}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \quad \text{ஆதலால், } \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \quad (5)$$

$$\therefore \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \text{ஆதலால், } \cos \theta < 0 \quad \cos \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (5)$$

$$\text{இப்போது } \sin 2\theta = 2\cos \theta \sin \theta = 2 \times \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{9} \quad (5)$$

$$\text{மேலும் } \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \quad (5)$$

$$\tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right) \left(\frac{9}{7}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{7} \quad (5)$$

25

10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

84% மான பரீட்சார்த்திகள் விடை எழுதியிருந்த இந்த வினாவினது இலகுத்தன்மை 29%இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. பரீட்சார்த்திகளுள் அனேகமானவர்கள் θ கோணமானது மூன்றாவது கால்வட்ட கோணமாக அறிந்து கொள்ளாது அது கூர்ங்கோணம் எனக் கருதி செங்கோண முக்கோணத்தை வரைந்து θ கோணத்தின் பெறுமானத்தைப் பெற்றிருந்தனர். ஒரு திரிகோண கணித விகிதமொன்று தரப்படும் போது வேறொரு திரிகோண விகிதத்தைக் காண்பதில் $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \equiv 1$ என்ற சர்வ சமன்பாட்டை பயன்படுத்துவதைப் போன்று θ தொகுதிகள் எந்த பிரதேசத்தில் காணப்படுகிறது என்பதைக் கருத்திற்கொண்டு அதற்கேற்ப ஒவ்வொரு திரிகோண கணித விகிதங்களின் பெறுமானங்களைப் பெறுவதில் அந்தப் பெறுமானம் நேரானதா (+) மறையானதா (-) என்பதைக் கருதுவதற்கு மாணவர்களை பழக்கப்படுத்துவதனால் இந்த குறைபாடுகளை இல்லாது செய்ய முடியும். வட்ட பாதையை சரியாக அறிந்து கொள்ளாமை திருப்பதியாக விடை அளிக்காமைக்கு காரணமாக அமைந்தது.

மேலும் அதிகமானவர்கள் திரிகோண கணித சர்வசமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்துவதற்காக செங்கோண முக்கோணமொன்று தரப்படும் கோணமொன்றிற்காக அமைக்கப்பட்டு அதன் மூலம் எஞ்சிய திரிகோண கணித விகிதங்களைக் காண்பதற்கு பொதுவாகப் பழக்கப்பட்டுள்ளனர். தரப்பட்ட கோணம் கூர்ங்கோணமென்றாகும் போது செங்கோண முக்கோணியைக் கருதி மற்றைய விகிதத்தைப் பெறுவது சிறந்ததெனில் மற்றைய கோணத்திற்காக அங்கு காணப்படும் கால் வட்டங்களுக்கேற்ப செங்கோண முக்கோணி கருதப்பட முடியும்.

10 - இணைந்தகணிதம் I - பகுதி B

11 ஆம் வினா

11.(a) $f(x) = ax^3 + bx^2 - 11x + 6$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $a, b \in R$ ஆகும்.

$(x-1)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியாகவும் $f(x)$ ஆனது $(x-4)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது கிடைக்கும் மீதி -6 ஆகவும் இருப்பின், a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. அத்துடன் இன் மற்றைய இரு ஏகபரிமாணக் காரணிகளையும் காண்க.

(b) α, β என்பன சமன்பாடு $x^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் எனவும் γ, δ என்பன சமன்பாடு $x^2 + mx + n = 0$ இன் மூலங்கள் எனவும் கொள்வோம். இங்கு $b, c, m, n \in R$.

(i) $(\alpha - \beta)^2$ ஐ ஆகியவற்றின் சார்பில் கண்டு, இதிலிருந்து, $(\gamma - \delta)^2$ ஐ m, n ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக.

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ எனின், $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ என்பதை உய்த்தறிக.

(ii) $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = (c - n)^2 + (b - m)(bn - cm)$ எனக் காட்டுக.

$(c - n)^2 = (m - b)(bn - cm)$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் $x^2 + bx + c = 0$,

$x^2 + mx + n = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகள் ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டிருக்கும் என்பதை உய்த்தறிக.

$x^2 + 10x + k = 0$, $x^2 + kx + 10 = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகள் ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டுள்ளது; இங்கு ஒரு மெய் மாறிலி k யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(a) $f(x)$ இன் ஒரு காரணி $x - 1$ என்பதால் ;

$$f(1) = a + b - 11 + 6 = 0 \quad (10) \quad \therefore a + b = 5 \quad \text{--- (1)}$$

$f(x)$ ஐ $(x-4)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது கிடைக்கும் மீதி -6 என்பதால்,

$$f(4) = 64a + 16b - 44 + 6 = -6 \quad (10) \quad \Rightarrow 4a + b - 2 \quad \text{--- (2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = -1, b = 6 \quad (5)$$

25

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 - 11x + 6 = (x-1)(x^2 + 5x - 6) = -(x-1)(x^2 - 5x + 6) = -(x-1)(x-2)(x-3) \quad (5)$$

ஆகவே $f(x)$ இன் மற்றைய இரு ஏகபரிமாணக் காரணிகள் $(x-2)$, $(x-3)$ ஆகும். (5)

20

(b)(i) α, β என்பன $x^2 + bx + c = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் ஆதலால்,

$\alpha + \beta = -b$, $\alpha\beta = c$ ஆகும்.

(5)

(5)

05

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = b^2 - 4c$$

(5)

(5)

$$\text{ஒப்பிடுவதன் மூலம் } (\gamma - \delta)^2 = m^2 - 4n$$

(5)

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta \text{ ஆதலால், } \alpha - \beta = -(\gamma - \delta) \Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\gamma - \delta)^2 \Rightarrow b^2 - 4c = m^2 - 4n$$

(5)

(5)

(5)

25

$$\begin{aligned}
(b)(ii) \quad (\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) &= [\alpha^2 - \alpha(\gamma + \delta) + \gamma\delta][\beta^2 - \beta(\gamma + \delta) + \gamma\delta] \quad (5) \\
&= [\alpha^2 + m\alpha + n][\beta^2 + m\beta + n] \quad (5) \\
&= \alpha^2\beta^2 + \alpha\beta(\alpha + \beta)m + n(\alpha^2 + \beta^2) + \alpha\beta m^2 + mn(\alpha + \beta) + n^2 \quad (5) \\
&= c^2 - bcm + n(b^2 - 2c) + cm^2 - mnb + n^2 \quad (5) \\
&= (c^2 - 2cn + n^2) + (b^2n - bcm - mnb + cm^2) \\
&= (c - n)^2 + (b - m)(bn - cm) \quad (5)
\end{aligned}$$

25

$x^2 + bx + c = 0$, $x^2 + mx + n = 0$ என்பன ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டிருக்குமாயின், ஆயின் மட்டும்.

$$\begin{aligned}
&[\alpha = \gamma \text{ அல்லது } \delta], [\beta = \gamma \text{ அல்லது } \delta] \quad (5) \\
&\Leftrightarrow (\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = 0 \quad (5) \\
&\Leftrightarrow (c - n)^2 + (b - m)(bn - cm) = 0 \quad (5) \\
&\Leftrightarrow (c - n)^2 = (m - b)(bn - cm) \quad (5)
\end{aligned}$$

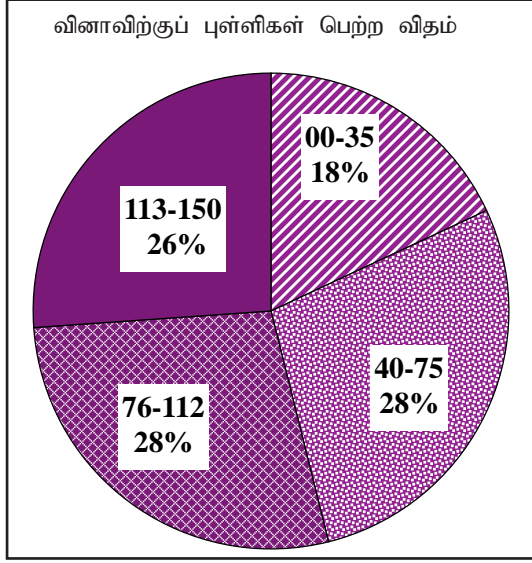
20

$x^2 + 10x + k = 0$, $x^2 + kx + 10 = 0$ என்பன ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டிருக்குமாயின், ஆயின் மட்டும்.

$$\begin{aligned}
&(c - n)^2 = (m - b)(bn - cm) \quad (5) \\
&b = 10, c = k, m = k, n = 10 \text{ ஆதலால், } (k - 10)^2 = (k - 10)(100 - k^2) \\
&\Leftrightarrow (k - 10)[k^2 + k - 110] = 0 \\
&\Leftrightarrow (k - 10)(k - 10)(k + 11) = 0 \quad (5) \\
&\therefore k = 10 \text{ அல்லது } k = -11 \quad (5)
\end{aligned}$$

20

11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினா கட்டாய வினா இல்லாவிடினும் சகல பரீட்சார்த்திகளினாலும் தெரிவு செய்துள்ள ஒரு வினாவாகும். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

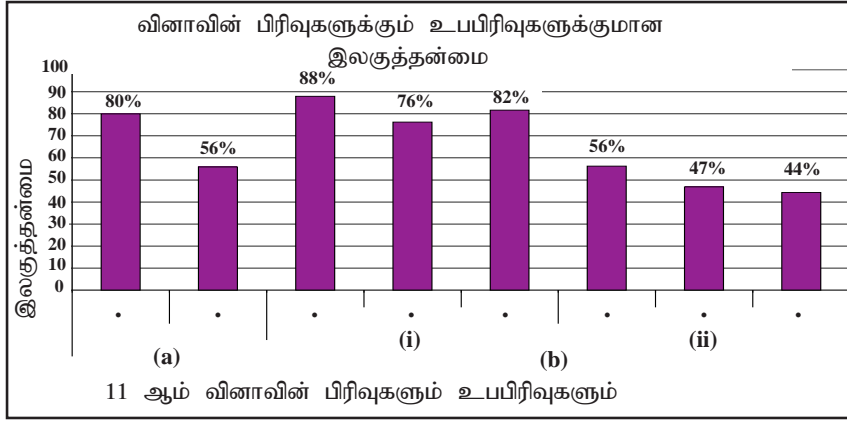
00 - 35 புள்ளி ஆயிடைமில் 18%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடைமில் 28%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடைமில் 28%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடைமில் 26%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு 8 உபபிரிவுகள் உள்ளதோடு சகல உபபிரிவுகளுக்கும் இலகுத்தன்மை 40% ஆகும். அவற்றுள் நான்கு உபபிரிவுகளின் இலகுத்தன்மை 75% ஆகும். (b) (i) இன் கீழ் ஆரம்ப உபபிரிவின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் அது 88% இற்கு உயர்வடைந்திருந்தது. குறைந்த இலகுத்தன்மை இருப்பது (b) (ii) ஆவது உபபிரிவாவதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 65% ஆகும்.

இந்த வினாப்பத்திரத்திற்கு விடை அளித்தல் தொடர்பாக கவனத்திற் கொள்ளும்போது தெளிவாகத் தெரியும் விஷேட பண்பாக அமைவது இந்த பகுதி 11 ஆம் வினாவுக்கு சகல பரீட்சார்த்திகளும் அரைவாசியாக விடை எழுதியுள்ளனர். அவ்வாறே வினாப்பத்திரம் I இல் அதிக இலகுத்தன்மை உள்ள வினா இதுவாகும். இந்த வினாக்களுக்கு சார்பாக அமைந்த தேர்ச்சிகளின் கீழே கடந்த வருடத்திலே (2011ஆம் ஆண்டு) வினவப்பட்டிருந்த வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 40% இனை விட குறைவாக இருப்பினும் இம்முறை வினாவின் இலகுத்தன்மை 65% வரை அதிகரித்துக் காணப்பட்டது. கூடிய முன் ஆயத்தங்களுடன் மாணவர்கள் இந்த வினாக்களுக்கு விடை அளித்துள்ளார்கள் என தீர்மானிக்க முடியும்.

(a) அநேகமான பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். தரப்பட்டுள்ள அட்சர கணித கூற்றுகளில் ஏகபரிமாணக் காரணிகள் $f(x)$ எனக் குறிப்பிடப்படாமையினால் அந்தப் பகுதிகளுக்குரிய முழுப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது போன சந்தர்ப்பத்தைக் காண முடிந்தது.

(b) (i) பரீட்சார்த்திகள் பலபேர் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். $(y - \delta)^2$ இன் பெறுமானம் அதன் முன்னராக பெறுபேறுகளைக் கொண்டு பெற்றுக்கொள்ள முடியுமாயினும் ஆராயாது தகவல்களைப் பயன்படுத்தி நீண்ட முறைகளில் பெற்றுக்கொண்டமையினால் அதிகமான பரீட்சார்த்திகளுக்கு அந்தப் புள்ளிகள் கிடைக்காது இருந்தது. சில பரீட்சார்த்திகள் $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ என உய்த்தறிந்திருந்தனர்.

- (ii) அநேகமான பரீட்சார்த்திகள் $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta)$ என்ற பெருக்கத்தை சரியாகச் சுருக்கியிராமையினால் தேவையான பெறுபேற்றைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியாது போய் இருந்தது. உய்த்தறிதலின் ஆரம்ப பெறுபேற்றை பாவிக்க முடியுமாயினும் அதனைப் பயன்படுத்தாமையினால் அந்தப் பகுதிகளுக்கு உரிய முழுப்புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொள்ளக் கூடிய சந்தர்ப்பம் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளுக்கு முடியாது போயிருந்தது. இந்தப் பகுதிகளில் ஆக இருந்தால் மட்டும் எனத் தரப்பட்டிருப்பதால் விடை எழுதும்போது ஆக இருந்தால் மட்டுமும் அன்று \Leftrightarrow பயன்படுத்தாமையினால் அதற்குரிய முழுப் புள்ளிகளையும் பெற முடியாது இருந்தது. மேற்கூறிய பெறுபேறுகளைப் பயன்படுத்தி விடையை நிறுவும் போது $k = 10$ ஆக இருக்க முடியும் எனக் கருதாது $k - 10$ இன் மூலம் சமன்பாட்டின் இருபுறமும் பிரிப்பதனால். ஒரு விடையை கைவிட்டு இருந்தனர். இவ்வகையான குறைபாடுகளை கைவிட்டு விடைகளை பெறும்போது கவனத்தைச் செலுத்தி இருப்பின் மிகவும் பிரபல்யமாக இருந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை இன்னமும் மேலே செல்வதற்கு இடமிருந்தது.

12 ஆம் வினா

12. (a) 15 மாணவர்களைக் கொண்ட மாணவர் சபை ஒன்று 3 விஞ்ஞான மாணவர்களையும் 5 கலை மாணவர்களையும் 7 வர்த்தக மாணவர்களையும் கொண்டுள்ளது. ஒரு செயற்றிட்டத்தில் பணியாற்றுவதற்கு இம்மாணவர் சபையிலிருந்து 6 மாணவர்களைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டும்.

(i) எல்லா 15 மாணவர்களும் தெரிந்தெடுக்கப்படுவதற்கான தகுதியை உடையவர்களாக இருப்பின்,

(ii) இரு குறித்த மாணவர்கள் ஒருமிக்கப் பணியாற்றுவதற்கு அனுமதிக்கப்படுவதில்லை

எனின்,

(iii) பாடப்பிரிவுகள் ஒவ்வொன்றிலிருந்தும் இரு மாணவர்கள் வீதம் தெரிந்தெடுக்கப்பட

வேண்டியிருப்பின்,

இது நடைபெறத்தக்க வெவ்வேறு வீதங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

அத்துடன் மேலே (iii) இன் கீழ்த் தெரிந்தெடுத்த ஒரு குழு, அதில் உள்ள விஞ்ஞானப்

பிரிவிலிருந்தான இரு மாணவர்கள் அடுத்தடுத்து அமர்வதற்கு அனுமதிக்கப்படாவிட்டால், ஒரு வட்ட

மேசையைச் சுற்றி அமர்வதற்கான வெவ்வேறு வீதங்களின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ எனவும் $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $S_n = \sum_{r=1}^n U_r$ எனவும் கொள்வோம்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{A}{(3r-1)^2} + \frac{B}{(3r+2)^2}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B ஆகிய மாறிலிகளின்

பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{(3n+2)^2}$ எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒருங்குகின்றதா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

$\left| S_n - \frac{1}{4} \right| < 10^{-6}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக $n \in \mathbb{Z}^+$ இன் மிகச் சிறிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

(a) S A C

3 5 7

(i) ${}^{15}C_6 = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 91 \times 55 = 5005$

(5)

(5)

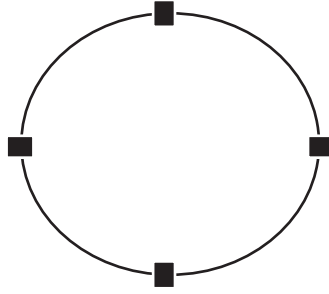
(5)

15

(ii) இரு குறித்த மாணவர்கள் ஒருமிக்க இடம்பெறும் வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $\left. \vphantom{\left. \right.} \right\} = {}^{13}C_4 = 715$ (5)

(iii) அம் மாணவர்கள் ஒருமிக்க இடம்பெறாத வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $\left. \vphantom{\left. \right.} \right\} = {}^{15}C_6 - {}^{13}C_4 = 5005 - 715 = 4290$ (5) (25)

(iiii) ஒவ்வொரு பாடப்பிரிவிலிருந்தும் இரு மாணவர்கள் வீதம் தெரிவுசெய்யப்படும் வெவ்வேறு விதங்களின் எண்ணிக்கை $\left. \vphantom{\left. \right.} \right\} = {}^3C_2 \times {}^5C_2 \times {}^7C_2 = 3 \times 10 \times 21 = 630$ (5) (15)



2 கலை மாணவர்களும், 2 வர்த்தக மாணவர்களும், (விஞ்ஞானமல்லாத மாணவர்கள்) ஒரு வட்ட மேசையில் அமரும் வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $\left. \vphantom{\left. \right.} \right\} = 3!$ (5)

இதில் 2 விஞ்ஞான மாணவர்களும் அமருமாறு 4 இடைவெளிகள் உண்டு. இதற்கான வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $\left. \vphantom{\left. \right.} \right\} = {}^4C_2 \times 2$ (5)

தேவையான வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $= 3! \times {}^4C_2 \times 2 = 72$ (5) (20)

மாற்று முறை :

எல்லா 6 மாணவர்களும் ஒரு வட்ட மேசையில் அமரும் வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $\left. \vphantom{\left. \right.} \right\} = 5!$ (5)

2 விஞ்ஞான மாணவர்களும் ஒருங்கே அமருமாறு 6 மாணவர்களும் ஒரு வட்ட மேசையில் அமரும் வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $\left. \vphantom{\left. \right.} \right\} = 4! \times 2$ (5)

தேவையான வேறுபட்ட வழிகளின் எண்ணிக்கை $= 5! - 4! \times 2 = 120 - 48 = 72$ (5) (20)

(b) $U_r = \frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$

$$\frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2} = \frac{A}{(3r-1)^2} + \frac{B}{(3r+2)^2} \quad (5) ; r \in \mathbb{Z}^+ \text{ இற்கு}$$

$$\Leftrightarrow 3(6r+1) = (A+B)9r^2 + (12A-6B)r + (4A+B); r \in \mathbb{Z}^+ \quad (5) \text{ இற்கு}$$

$$r^2 \text{ இன் குணகங்களை இரு பக்கமும் சமப்படுத்துவதனால்: } A+B = 0$$

$$r \text{ இன் குணகங்களை இரு பக்கமும் சமப்படுத்துவதனால்: } 12A-6B = 18 \quad (10)$$

$$r^0 \text{ இன் குணகங்களை இரு பக்கமும் சமப்படுத்துவதனால்: } 4A+B = 3$$

$$\therefore A = 1; \quad (5) \quad B = -1 \quad (5)$$

25

$$f(r) = \frac{1}{(3r-1)^2} \text{ எனக் கொள்க. } f(r+1) = \frac{1}{(3r+2)^2}$$

$$\therefore U_r = f(r) - f(r+1)$$

$$r = 1 \text{ ஆகும் போது } U_1 = f(1) - f(2) \quad (5)$$

$$r = 2 \text{ ஆகும் போது } U_2 = f(2) - f(3)$$

$$r = n-1 \text{ ஆகும் போது } U_{n-1} = f(n-1) - f(n)$$

$$r = n \text{ ஆகும் போது } U_n = f(n) - f(n+1) \quad (5)$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = f(1) - f(n+1) \quad (5)$$

$$S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{(3n+2)^2} \quad (5)$$

20

$$\text{ஆம்!} \quad (5)$$

05

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{4} \quad \text{ஏனெனில்} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(3n+2)^2} = 0$$

(5)

(5)

\therefore எனவே இம் முடிவில் தொடர் ஒருங்கும்.

10

$$\left| S_n - \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{(3n+2)^2} < 10^{-6} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow (3n+2)^2 > 10^6, \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

$$\Leftrightarrow 3n+2 > 10^3, \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

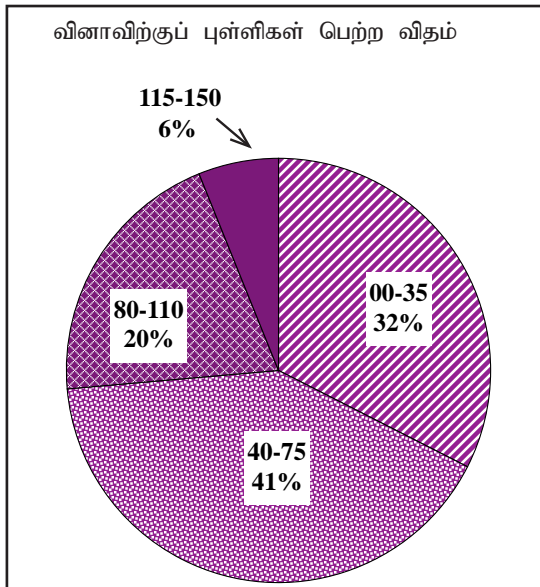
$$\Leftrightarrow 3n > 998, \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

$$\Leftrightarrow n > 332 \frac{2}{3}, \quad n \in \mathbb{Z}^+ \quad (5)$$

∴ மிகச் சிறிய எண் n இன் பெறுமானம் = 333

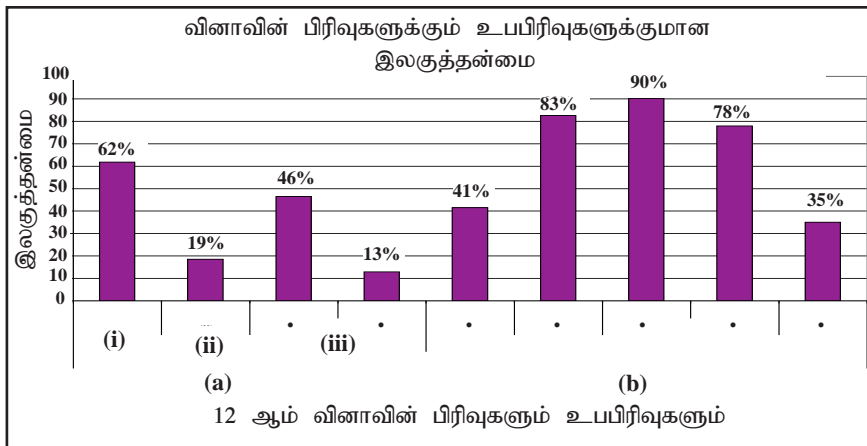
15

12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 86% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

00 - 35 புள்ளி ஆயிடைமில் 32%
 40 - 75 புள்ளி ஆயிடைமில் 41%
 80 - 110 புள்ளி ஆயிடைமில் 20%
 115 - 150 புள்ளி ஆயிடைமில் 6%
 ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு ஒன்பது உபபிரிவுகள் உள்ளதோடு அவற்றுள் கூடிய இலகுத்தன்மை உடையது பகுதி (b) யின் கீழுள்ள மூன்றாவது உபபிரிவாகும். அதன் இலகுத்தன்மை 90% ஆகும். மிகக் குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது பகுதி (a) (iii) இன் கீழேயுள்ள இரண்டாவது உபபகுதியாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 13%இற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டிருந்தது. இந்த வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 45% ஆகும்.

பரீட்சார்த்திகள் 86% மானோர் இந்த வினாவைத் தெரிவு செய்திருந்ததுடன் வினாவின் இலகுத்தன்மை 45% இற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டிருந்தது. இந்த வினா ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட (a), (b) என்ற இரு பிரதான பகுதிகளைக் கொண்டிருந்ததுடன் அவை முறையே வரிசை மாற்றமும் சேர்மானமும் அலகுகளின் உபபிரிவும் தொடர் அலகுகளையும் அடிப்படையாகக் கொண்டவை. பகுதி (b) யிற்கு விடையளித்தமையானது பகுதி (a) யிற்கு விடையளிப்பதை விட மிகவும் இலகுவாக இருந்தமையை மேலேயுள்ள வரையில் இருந்து அறிந்து கொள்ள முடியும். மிகவும் கிரகித்தலைக் கொண்டு விடையளிக்க வேண்டிய பகுதி (a)யை விட பொறிமுறையாக விடை எழுதக்கூடிய பகுதி (b)யிற்கு கூடியளவு புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு பரீட்சார்த்திகள் சார்ந்துள்ளனர் என இந்த தகவல்கள் மூலம் அறிய முடிந்தது.

- (a) (i) அளிக்கப்பட்டிருந்த விடைகள் போதியளவு திருப்திகரமாக இருப்பினும் சுருக்கி இறுதி விடையைப் பெறுவதை அதிகளவானோர் கைவிட்டிருந்தமையினால் முழுமையான புள்ளிகளைப் பெற்ற விடைகளின் எண்ணிக்கை குறைவடைந்ததைக் காண முடிந்தது.
- (ii) வினாக்களில் தரப்பட்டிருந்த தகவல்களைச் சரியாக விளங்கிக் கொள்ளாமையினால் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமான விடையை அளிப்பதற்கு முடியாது இருந்தது.
- (iii) அதிகளவானோர் இந்த ஆரம்ப உபபிரிவுகளுக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். எனினும் இரண்டாவது உப பகுதிக்கு வட்டமாக ஒழுங்கமைப்பது தொடர்பான அறிவு குறைவடைந்தமையினால் வினாவைச் சரியாக விளங்கிக் கொள்ள முடியாது போனதால் அதிகளவிலானோர் திருப்திகரமாக விடை எழுத முடியாது போயிருந்தது. இதன் இலகுத்தன்மை மிகவும் குறைந்த உபபகுதியாகும். அதாவது அதன் இலகுத்தன்மை 13% ஆகும்.
- (b) மொத்தமாக இந்த பகுதி (b) யின் இலகுத்தன்மை உயர்பெறுமானத்தை எடுக்க முடியுமாய் இருப்பினும் இந்த வினாவை சரியாக வாசிக்காமையினால் அதாவது, $r \in \mathbb{Z}^+$ என அறிந்து கொள்ளாத காரணத்தினால் A, B என்ற மாறிகளின் சரியான பெறுமானத்தைப் பெறுவதில் r இற்காக $\frac{1}{3}$ மற்றும் $-\frac{2}{3}$ இனை பிரதியிட்டமையினால் புள்ளிகள் கிடைக்காது போயிருந்ததைக் காண வேண்டியதாய் இருந்தது. A, B மட்டுமெனினும் குணகங்களைச் சமப்படுத்துகையில் A, B சமன்பாடுகளைப் பெற்றுக்கொண்டு அவற்றின் ஒற்றுமையைக் கருதி A, B என்பவற்றைக் காணாமையினால் பரீட்சார்த்திகளுக்கு 5 புள்ளிகள் படி கிடைக்காது போயின. அதன் பின்னரான பகுதிகளுக்கு திருப்திகரமாக விடையைப் பெற்றிருந்தாலும் இறுதிப் பகுதிக்கு விடையளிப்பது தொடர்பான தெளிவான விளக்கம் இல்லாத காரணத்தினால் முழுப்புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது இருந்தது. அக்காரணங்களினால் இறுதி உபபரிவினது இலகுத்தன்மை 35% இற்கு குறைவான பெறுமானமாகக் காணப்பட்டது

13 ஆம் வினா

13. (a) $Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$Q^T Q = \lambda I$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக $\lambda \in \mathbb{R}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.; இங்கு Q^T ஆனது தாயம் Q வின் நிலைமாற்றும் I ஆனது தாயம் 2×2 சர்வவமன்பாட்டுத் தாயமும் ஆகும்.

இதிலிருந்து, தாயம் $P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ இன் நேர் மறையைக் காண்க.

A ஆனது $AP = PD$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக ஓர் 2×2 தாயமெனக் கொள்வோம்.

இங்கு $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ A யைக் காண்க.

(b) $z = x + iy$ ஒரு சிக்கலெண்ணெனக் கொள்வோம். இங்கு $x, y \in \mathbb{R}$ z இன் மட்டும் $|z|$ ஐயும் z இன் சிக்கல் உடன்புணரி \bar{z} ஐயும் வரையறுக்க.

$|z|^2 = z\bar{z}$ எனவும் $z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im} z$ எனவும் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $|z - 3i|^2 = |z|^2 - 6\operatorname{Im} z + 9$ எனவும் $|1 + 3iz|^2 = 9|z|^2 - 6\operatorname{Im} z + 1$ எனவும் காட்டுக.

$|z - 3i| > |1 + 3iz|$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் $|z| < 1$ என்பதை உய்த்தறிக.

$|z - 3i| > |1 + 3iz|$, $\operatorname{Arg} z = \frac{\pi}{4}$ என்னும் நிபந்தனைகளைத் திருப்தியாக்குமாறு சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைக் குறிக்கும் புள்ளிகளை ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் குறிக்க.

(a) $Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ (5)

எனவே $Q^T Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I$

$Q^T Q = \lambda I$, இங்கு $\lambda = 2$ ஆகும். (5)

10

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 2I \Rightarrow$

$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = I$

(10)

$\therefore P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ (5)

15

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{என்க.} \quad (5)$$

$$AP = PD \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$\begin{aligned} \frac{a+b}{\sqrt{2}} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ \frac{-a+b}{\sqrt{2}} &= \frac{-8}{\sqrt{2}} \\ \frac{c+d}{\sqrt{2}} &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ \frac{-c+d}{\sqrt{2}} &= \frac{8}{\sqrt{2}} \end{aligned}$	$\begin{aligned} a+b &= 2 \\ -a+b &= -8 \\ c+d &= 2 \\ -c+d &= 8 \end{aligned}$	$\begin{aligned} a &= 5 \\ b &= -3 \\ c &= -3 \\ d &= 5 \end{aligned} \quad (10)$
---	---	---

$$\therefore A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad (5)$$

30

மாற்று முறை :

$$AP = PD \Rightarrow A = PDP^{-1} \quad (10)$$

$$\therefore A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad (10)$$

30

$$(b) |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (5), \quad \bar{z} = x - iy \quad (5)$$

10

$$|z|^2 = x^2 + y^2 = (x + iy)(x - iy) = z\bar{z} \quad (5)$$

5

$$z - \bar{z} = (x + iy) - (x - iy) = 2iy = 2i\text{Im}z \quad (5)$$

5

20

$$\begin{aligned} |z - 3i|^2 &= (z - 3i)(\overline{z - 3i}) \quad \textcircled{5} \\ &= (z - 3i)(\bar{z} + 3i) \quad \textcircled{5} \\ &= z\bar{z} + 3i(z - \bar{z}) + 9 \quad \textcircled{5} \\ &= |z|^2 - 6\text{Im}z + 9 \quad \textcircled{5} \end{aligned}$$

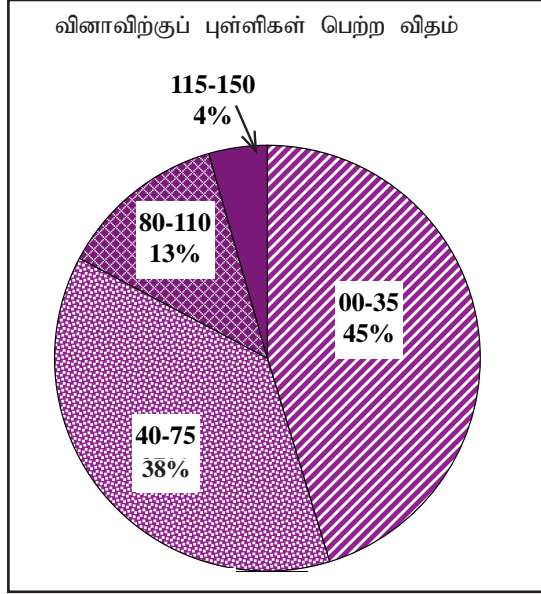
30

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow |z - 3i|^2 &> |1 + 3iz|^2 \quad (5) \\ \Leftrightarrow |z|^2 - 6\operatorname{Im}z + 9 &> 9|z|^2 - 6\operatorname{Im}z + 1 \quad (5) \\ \Leftrightarrow 8(|z|^2 - 1) &< 0 \\ \Leftrightarrow |z|^2 &< 1 \quad (5) \\ \Leftrightarrow |z| &< 1 \quad (5) \end{aligned}$$

$$|z - 3i| > |1 + 3iz| \iff |z| < 1$$

15

13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 62% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

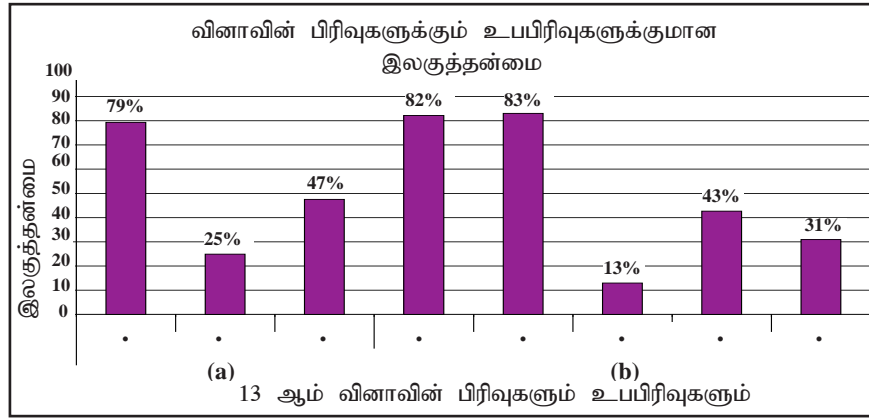
00 - 35 புள்ளி ஆயிடையில் 45%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடையில் 38%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடையில் 13%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடையில் 4%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு எட்டு உபபகுதிகள் உள்ளன. அவற்றுள் பகுதி (b) யின் கீழேயுள்ள இரண்டாவது உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்பட்டதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 83% ஆகும். பகுதி (b) யின் மூன்றாவது உபபகுதியின் மிகக் குறைவானதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 13% ஆகும். இந்த வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 45% ஆகும்.

இவ்வினா ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பற்ற இரு பாடப்பகுதிகளைக் கொண்டமைந்தது. பகுதி (a) யில் தாயங்கனும் பகுதி (b) யில் சிக்கலெண்களும் உள்ளன.

- (a) இங்கு முதலாவது உபபிரிவுக்காக அளித்துள்ள விடை மிகவும் திருப்திகரமானது. எனினும் முதலாவது உபபகுதியைப் பாவித்து **P** யினது நேர்மாறைக் காணும் போது சரியான விடையைப் பெற்றுக்கொள்வதில் அதிகமானோருக்கு சிக்கலாக இருந்தது. இந்தப் பகுதியின் இலகுத்தன்மை 25% ஆகும். தயாம் **A** ஐக் காண்பதற்கு தெறிந்திருப்பினும் சுருக்குதலின் குறைபாடு காரணமாக அதிகளவானோர் மூன்றாவது உபபகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருக்கவில்லை. இதன் இலகுத்தன்மை 47% மாகும். வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தி சுருக்குவதன் பின்னடைவு காரணமாக அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகளினால் திருப்திகரமான விடை அளிக்கப்பட்டிருக்கவில்லை.
- (b) இதன் முதல் இருபிரிவுகளுக்கும் மிகவும் திருப்திகரமாக விடை எழுதப்பட்டிருந்தது. மூன்றாவது உபபகுதியில் தரப்பட்ட அட்சர கணித முறைமூலம் சிக்கல் எண்களைச் சுருக்குவது தொடர்பான தெளிவு குறைவடைந்திருந்த காரணத்தினால் திருப்திகரமான விடையைப் பெற்றிருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் மிகக் குறைந்த சதவீதத்தினராகும். இந்த உபபிரிவின் இலகுத்தன்மை 13% ஆன குறைந்த பெறுமானமாகக் காணப்பட்டது. அடுத்த பகுதிக்கு போதியளவு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். இறுதிப் பகுதிக்காக அனேக பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருக்கவில்லை. $|z| < 1$ என வகைக்குறிப்பதற்காக உள்ள வட்டத்தின் கோட்டின் மூலம் காட்ட முடியுமெனினும் அது அவ்வாறு செய்து இருக்கவில்லை. வரைபில் கீறியுள்ள இரு புள்ளிகள் விடைக்கு உரித்தில்லை என்பதனால் அவற்றை சரியாக குறிப்பிட்டு இருக்காமை புள்ளிகள் குறைவடைவதற்குக் காரணமாக அமைந்தது. சில விடைகளில் வட்டத்தின் ஆரை 1 என குறிப்பிட்டிருக்கவில்லை. அதாவது சிக்கலெண்களின் உறுப்புக்கள் தொடர்பான தெளிவு பெறக்கூடிய பயிற்சிகளைச் செய்வதன் மூலம் கிடைக்கும் பயிற்சி அதிகளவான பரீட்சார்த்திகளுள் இன்மை தெரிகிறது.

இந்த இறுதி உபபகுதிக்கான இலகுத்தன்மை 31% வரை குறைந்த பெறுமானமாகும்.

14 ஆம் வினா

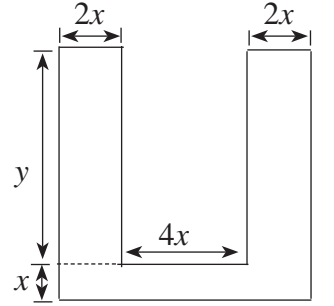
14. (a) $x \neq 1$ இற்கு $f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$ எனக் கொள்வோம்

$x \neq 1$ இற்கு $f'(x) = \frac{-x(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^2}$ எனக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபு $(0, 0)$, $(-2^{1/3}, -\frac{4}{3})$

ஆகியவற்றில் திரும்பல் புள்ளிகளை உடையது என்பதை உய்த்தறிக.

திரும்பல் புள்ளிகளையும் அனுகுகோடுகளையும் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(b) எல்லை செங்கோணங்களில் சந்திக்கும் எட்டு நேர்கோட்டுத் துண்டுகளைக் கொண்டுள்ள ஒரு தோட்டம் உருவில் காணப்படுகின்றது. அதில் தோட்டத்தின் மீற்றரிலான பரிமாணங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன. தோட்டத்தின் பரப்பளவு 800 m^2 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. x ஐ y இன் சார்பில் எடுத்துரைத்து, மீற்றரில் அளக்கப்படும் தோட்டத்தின் சுற்றளவு P ஆனது, $P = \frac{800}{x} + 10x$ இனால் தரப்படுகின்றது எனவும் சுற்றளவுக்கான x இச்சூத்திரம் $0 < x < 10$ இற்கு மாத்திரம் வலிதானது எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து, தோட்டத்தின் சுற்றளவின் குறைந்தபட்சப் பெறுமானத்தைக் காண்க.



(a) $f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$ என்க. ; $x \neq 1$

$$f'(x) = \frac{(x^3 - 1) 2x - x^2 \cdot 3x^2}{(x^3 - 1)^2} \quad (10)$$

$$= \frac{-x^4 - 2x}{(x^3 - 1)^2} = \frac{-x(x^3 + 2)}{(x^3 - 1)^2} \quad (5)$$

15

(5)

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ அல்லது } x^3 = -2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ அல்லது } x = (-2)^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

x	$x < -2^{\frac{1}{3}}$	$-2^{\frac{1}{3}} < x < 0$	$0 < x < 1$	$x > 1$
$f'(x)$ இன் குறி	(-)	(+)	(-)	(-)
	$f(x)$ குறையும்	$f(x)$ அதிகரிக்கும்	$f(x)$ குறையும்	$f(x)$ குறையும்

$$x = 0 \text{ இல் } f(0) = 0$$

15

$$x = (-2)^{\frac{1}{3}} \text{ இல் } f(-2^{\frac{1}{3}}) = \frac{(-2^{\frac{1}{3}})^2}{-2 - 1} = \frac{-4}{3}$$

$(0, 0)$ உம் $\left(-2, \frac{4}{3}\right)$ என்பன திரும்பல் புள்ளிகளாகும்.

(5)

(5)

35

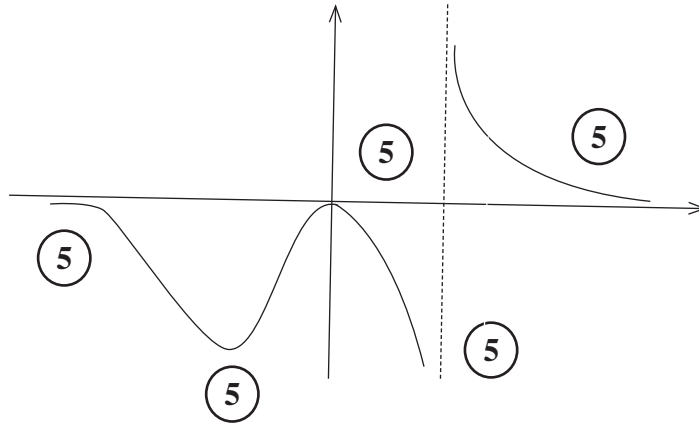
$x \longrightarrow +\infty$ ஆக $f(x) \longrightarrow 0$ ஆகும்.

$x \longrightarrow -\infty$ ஆக $f(x) \longrightarrow 0$ ஆகும்.

$x = 1$ ன் $f(x)$ வரையறுக்கப்படமாட்டாது

$x \longrightarrow 1^-$ ஆக $f(x) \longrightarrow -\infty$

$x \longrightarrow 1^+$ ஆக $f(x) \longrightarrow +\infty$



25

(b) படத்தைக் கொண்டு தோட்டத்தின் சுற்றளவு: $P = 18x + 4y \longrightarrow (1)$ (5)

தோட்டத்தின் பரப்பளவு $800 = 4xy + 8x^2 \longrightarrow (2)$ (5)

(2) இன் $y = \frac{200}{x} - 2x$ (5)

$$\therefore P = 18x + 4\left(\frac{200}{x} - 2x\right)$$

$$= 10x + \frac{800}{x}$$

20

$$y = \frac{2(100 - x^2)}{x}$$

(5)

(5)

$y > 0$, $x > 0$ ஆதலால் $100 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 100 \Rightarrow x < 10$; ($\because x > 0$)

$$\therefore 0 < x < 10$$

15

$$\frac{dp}{dx} = 10 - \frac{800}{x^2} \quad (10)$$

$$(5) \frac{dp}{dx} = 0 \Leftrightarrow 10 - \frac{800}{x^2} = 0 \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 80$$

$$\Leftrightarrow x = 4\sqrt{5} \quad (5) ; 0 < x < 10$$

25



x	$0 < x < 4\sqrt{5}$	$4\sqrt{5} < x < 10$
$\frac{dp}{dx} = 10 - \frac{800}{x^2}$ குறி	(-)	(+)
	P குறையும்	P அதிகரிக்கும்

(10)

$\therefore x = 4\sqrt{5}$ ஆகும்போது இழிவுப் பெறுமானம் எடுக்கும்

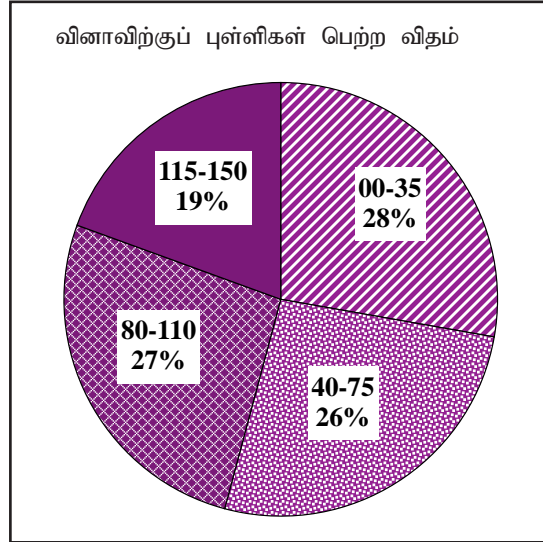
$$\therefore \text{எனவே சுற்றளவின் இழிவுப் பெறுமானம்} = 10 \times 4\sqrt{5} + \frac{800}{4\sqrt{5}}$$

$$= 40\sqrt{5} + 40\sqrt{5}$$

$$= 80\sqrt{5} \text{ m} \quad (5)$$

15

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 87% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

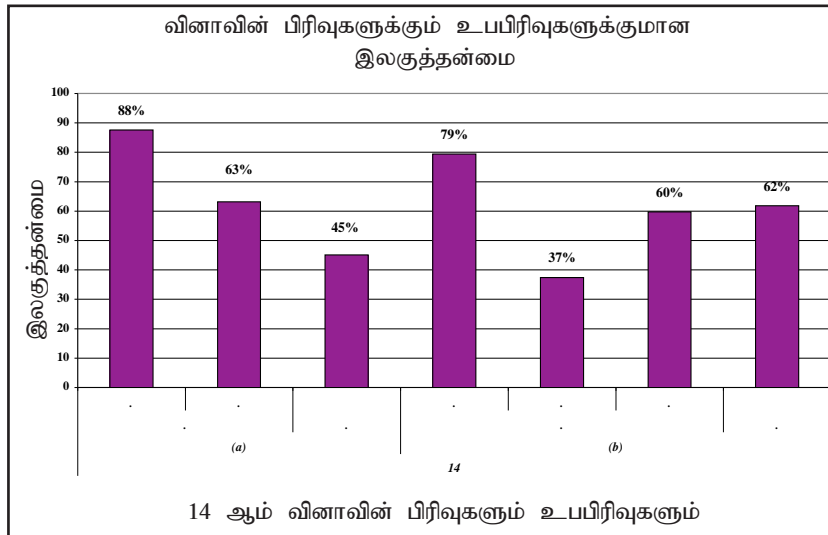
00 - 35 புள்ளி ஆயிடை யில் 28%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடை யில் 26%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடை யில் 27%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடை யில் 19%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இங்கு ஏழு உபபகுதிகள் உள்ளன. அவற்றுள் பகுதி (a) யின் கீழேயுள்ள முதலாவது உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்பட்டதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 88% ஆகும். பகுதி (b) யின் மூன்றாவது உபபகுதியின் மிகக் குறைவானதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 37% ஆகும். இந்த வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 61% ஆகும்.

இந்த வினாவானது பொதுவாக வகையிடல் மற்றும் வகையீட்டுக் குணகங்களைப் பயன்படுத்தி வரும் ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமான இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 61% ஆவதனால் இது வினாவின் இலகுத்தன்மையில் இரண்டாவதாக இருப்பது 11 ஆவது வினாவிற்கு மட்டுமேயாகும்.

(a) இங்கே முதலாவது உபபிரிவிற்காக திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். அதன் இலகுத்தன்மை 88% ஆகும். இரண்டாவது உபபிரிவிலே $x = 1$ இன் தொகையுறும் தன்மையை இருபுறமும் வளையியின் நடத்தையைக் கலந்துரையாடாமையினால் பரீட்சார்த்திகளுக்கு முழுப்புள்ளிகளையும் பெற முடியாது போயிருந்தது. தொகையுறல் தொடர்பாக சரியான விளக்கம் இல்லாத காரணத்தினால் சரியான வளையியைக் கீற முடியாமையினால் மூன்றாவது உபபகுதிக்காக அதிகமான பரீட்சார்த்திகளுக்கு திருப்திகரமான விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது இருந்தது.

(b) இந்த முதலாவது உபபிரிவிலேயே தோட்டத்தின் சுற்றளவு P யினை x இன் சார்பில் கூறுவதைச் சரியாகப் பெற்று இருந்தாலும் $0 < x < 10$ என காட்டாத காரணத்தினால் இரண்டாவது உபபிரிவிற்குற்பட்ட புள்ளிகளைப் பெறமுடியாது இருந்தது. எஞ்சிய உப பிரிவுகளுக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதி இருந்தனர். இவ்வாறான கணித்தல்களைச் செய்யும் போது சுயாதீன மாறியின் மாறல்களாக அமைவது எந்த பிரதேசத்தினுள் என்பதை கருத்திற் கொண்டு சரியான பெறுபேற்றைப் பெற்றுக் கொள்வது அவசியம் என்பதை கவனத்திற்கு மாணவர்களில் ஏற்படுத்த வேண்டும்.

15 ஆம் வினா

15. (a) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$ ஐக் காண்க.

(b) பகுதிப் பின்னங்களைப் பயன்படுத்தி $\int \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} \, dx$ ஐக் காண்க.

(c) $a^2 + b^2 > 1$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக $a, b \in R$ எனவும்

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{a + \cos x}{a^2 + b^2 + a \cos x + b \sin x} \, dx \text{ எனவும் } J = \int_0^{\pi/2} \frac{b + \sin x}{a^2 + b^2 + a \cos x + b \sin x} \, dx$$

எனவும் கொள்வோம்.

$$aI + bJ = \frac{\pi}{2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$bI - aJ$ யைக் கருதுவதால் I, J ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

15. (a) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்

$$\int x^2 \sin^{-1} x \, dx = \int \sin^{-1} x \, d\left(\frac{x^3}{3}\right) \quad (5)$$

$$= \frac{x^3}{3} \sin^{-1} x - \frac{1}{3} \int x^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \frac{x^3}{3} \sin^{-1} x + \frac{1}{3} \int x^2 \, d(\sqrt{1-x^2})$$

$$(5)$$

$$(10)$$

$$(10)$$

$$= \frac{x^3}{3} \sin^{-1} x + \frac{1}{3} \left[x^2 \sqrt{1-x^2} - \frac{1}{3} \int \sqrt{1-x^2} \, 2x \, dx \right]$$

$$(5)$$

$$(5)$$

$$= \frac{x^3}{3} \sin^{-1} x + \frac{1}{3} x^2 \sqrt{1-x^2} + \frac{2}{9} (1-x^2)^{3/2} + C, \text{ இங்கு } C \text{ எதேச்சை மாறிலி.}$$

$$(5)$$

$$(5)$$

50

(b) பகுதிப் பின்னங்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்

$$\frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} = \frac{x^2+3x+4}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+1)^2} + \frac{D}{(x+1)^3} \quad (10)$$

$$(5)$$

$$x^2 + 3x + 4 = A(x+1)^3 + B(x+1)^2(x-1) + C(x-1)(x+1) + D(x-1)$$

$$x = 1; \quad 1 + 3 + 4 = 8A \Rightarrow A = 1$$

$$x = -1; \quad 1 - 3 + 4 = -2D \Rightarrow D = -1$$

$$x^3 \text{ இன் குணகத்தைச் சமப்படுத்தின்; } 0 = A + B \Rightarrow B = -A = -1 \quad (10)$$

x^2 இன் குணகத்தைச் சமப்படுத்தின்; $1 = 3A - B + 2B + C \Rightarrow C = -1$

$$\therefore \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} = \frac{1}{(x-1)} - \frac{1}{(x+1)} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$\int \frac{x^2+3x+4}{(x^2-1)(x+1)^2} dx = \int \frac{1}{(x-1)} dx - \int \frac{1}{(x+1)} dx - \int \frac{1}{(x+1)^2} dx - \int \frac{1}{(x+1)^3} dx$$

5

$$= \ln|x-1| - \ln|x+1| + \frac{1}{(x+1)} + \frac{1}{2(x+1)^2} + C', \text{ இங்கு } C' \text{ எதேச்சை மாறிலி.}$$

20

50

(c)

$$aI + bJ = \int_0^{\pi/2} \frac{a^2+b^2+a \cos x + b \sin x}{a^2+b^2+a \cos x + b \sin x} dx = \int_0^{\pi/2} dx = x \Big|_0^{\pi/2} = \pi/2 \dots \dots (1)$$

5

5

5

$$bI - aJ = \int_0^{\pi/2} \frac{ba+b \cos x - ab - a \sin x}{a^2+b^2+a \cos x + b \sin x} dx = \ln|a^2+b^2+a \cos x + b \sin x| \Big|_0^{\pi/2}$$

5

10

$(a^2+b^2 > 1)$

$$= \ln|a^2+b^2+b| - \ln|a^2+b^2+a| = \ln \left| \frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a} \right| \dots \dots (2)$$

10

$$(1) \times a + (2) \times b \Rightarrow I = \frac{1}{a^2+b^2} \left\{ a \frac{\pi}{2} + b \ln \left| \frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a} \right| \right\}$$

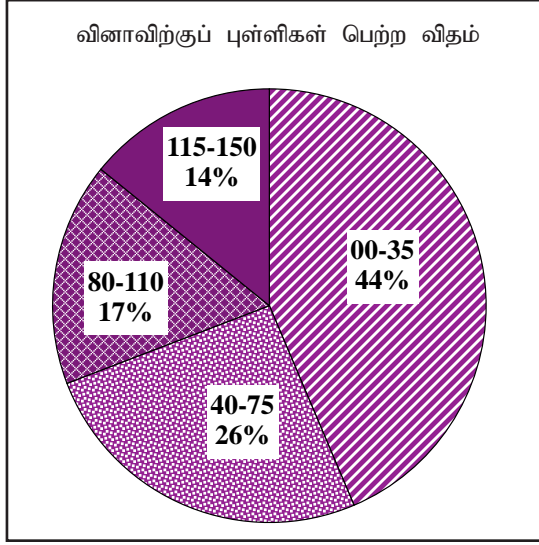
5

$$(1) \times b + (2) \times a \Rightarrow J = \frac{1}{a^2+b^2} \left\{ b \frac{\pi}{2} - a \ln \left| \frac{a^2+b^2+b}{a^2+b^2+a} \right| \right\}$$

5

50

15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 85% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

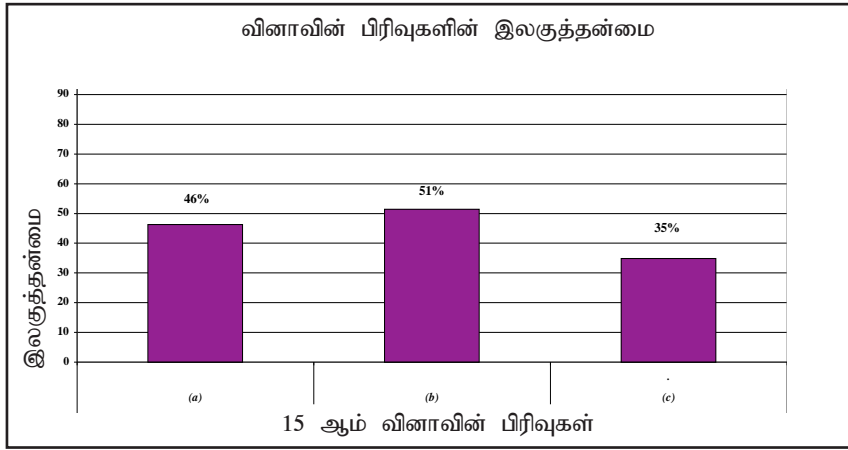
00 - 35 புள்ளி ஆயிடையில் 44%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடையில் 26%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடையில் 17%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடையில் 14%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினா ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமான மூன்று பிரிவுகளைக் கொண்டுள்ளதுடன் அந்த மூன்று பகுதிகளும் தொகையீடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டவை புள்ளிகளை வழங்கும் போது மூன்று பிரிவுகளுக்கும் சமனாக நிறையிடப்பட்டுள்ளன. வினாவினது மொத்த இலகுத்தன்மை 44% ஆகும். பகுதி B யின் வினாக்களிடையே மிகக் குறைந்த இலகுத்தன்மையை உடைய ஒரு வினா இதுவாகும்.

- (a) அனேக மாணவர்கள் பகுதிப்பின்னமாக தொகையீடும் கோட்பாட்டினை முதலில் சரியாகப் பயன்படுத்தியிருந்தனர். எனினும் இரண்டாம் படி தொகையீட்டில் அதனைச் சரியாகச் செய்யவில்லை. பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி இந்தப் பகுதிக்கு விடையளித்தல் மிக இலகுவாகச் செய்ய முடியுமாய் இருப்பினும் அதனை அவ்வாறு செய்யாமையினால் பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமான விடையைப் பெறவில்லை. மேலும் சில பரீட்சார்த்திகள் எதேச்சை மாறிலி எனக் குறிப்பிடாத காரணத்தினால் புள்ளிகள் குறைந்து இருந்தது.
- (b) சில பரீட்சார்த்திகள் பகுதிப் பின்னங்களை வேறுபடுத்தி இருக்கவில்லை. பகுதிப்பின்னங்களை சரியாக வேறுபடுத்தி இருந்த சிலர் A, B, C, D என்ற மாறிலிகளை சரியாகக் காணாத காரணத்தினாலும் சரியாக தொகையீடாமையினாலும் எதேச்சை மாறிலியை குறிப்பிடாமையினால் முழுமையாக விடை எழுதியிருந்தவர்கள் குறைவாகும். அதனால் இலகுத்தன்மை 51% இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது.
- (c) விடைகளின் அதிகளவு $aI + bJ = \frac{\pi}{2}$ எனக் காரணப்படுத்தியிருப்பினும் $bI - aJ$ தொகையீட்டின் பெறுமானத்தைப் பெற்று இருக்கவில்லை. இக்காரணத்தினால் திருப்திகரமாக விடையளித்திருந்தவர்கள் மிகக் குறைந்தளவிலானவர்கள் ஆவார்கள். மேலும் சுருக்குதல் குறைபாடு காரணமாக I, J ஆக சரியாக விடை பெறுவதற்கு முடியாத சந்தர்ப்பம் பரவலாகக் காணப்பட்டது. இதன் இலகுத்தன்மை 35% மட்டுமான பெறுமானமாக இருந்தது.

16 ஆம் வினா

சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ இனால் தரப்படும் வட்டம் S இன் மையத்தின் ஆள்கூறுகளையும் ஆரையையும் கண்டு x, y - தளத்தில் வட்டம் S ஐப் பரும்படியாக வரைக.

P என்பது வட்டம் S மீது உங்க்பத்தி O விலிருந்து மிகத் தொலைவில் உள்ள புள்ளியெனக் கொள்வோம். புள்ளி P யின் ஆள்கூறுகளை எழுதி, வட்டம் S இற்குப் புள்ளி P யில் உள்ள தொடரிக் கோடு l இன் சமன்பாடு $x + y = 2 + \sqrt{2}$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

கோடு l ஐத் தொடுகின்ற ஒரு வட்டம் S' ஆனது வட்டம் S ஐ P யிலிருந்து வேறுபட்ட புள்ளியில் வெளியே தொடுகின்றது. வட்டம் S' இன் மையத்தின் ஆள்கூறுகள் (h, k) எனக் கொள்வோம். கோடு l குறித்து O வினதும் S' இன் மையத்தினதும் தானங்களைக் கருதுவதனால் $h + k < 2 + \sqrt{2}$ எனக் காட்டுக. S' இன் மையத்தின் ஆள்கூறுகள் சமன்பாடு $h^2 - 2hk + k^2 + 4\sqrt{2}(h + k) = 8(\sqrt{2} + 1)$ ஐத் திருப்தியாக்குகின்றனவென எனவும் காட்டுக.

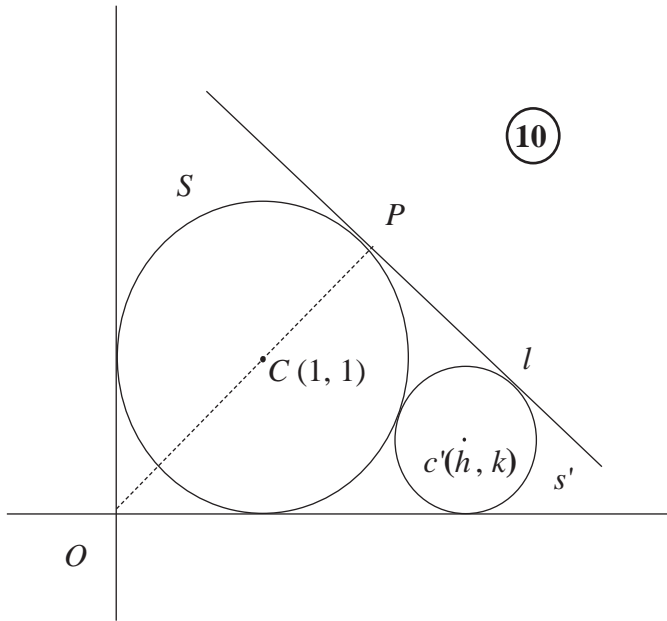
$$S \equiv x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$$

வட்டத்தின் சமன்பாட்டை பின்வருமாறு எழுத முடியும்.

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

5

15



10

10

5

5

5

$$OP = OC + CP = \sqrt{2} + 1 \text{ உம் } P = (OP \cos \frac{\pi}{4}, OP \sin \frac{\pi}{4})$$

$$P = (1 + \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}) \text{ ஆகும் } 5$$

20

CP இன் படித்திறன் $= 1$, (5) $OP \perp l$ என்பதனால் l இன் படித்திறன் $= -1$ (5)

$$\therefore l \text{ இன் சமன்பாடு } \left[y - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] = -1 \left[x - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (10)$$

$$\Rightarrow x + y = 2 + \sqrt{2} \quad (5)$$

25

புள்ளிகள் $(0, 0)$ உம் (h, k) உம் கோடு l ஓரே பக்கத்தில் உள்ளதால் $l : x + y - (2 + \sqrt{2}) = 0$ (5)

$$\therefore -(2 + \sqrt{2}) [h + k - (2 + \sqrt{2})] > 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow h + k < 2 + \sqrt{2} \quad (5)$$

15

$C' \equiv (h, k)$ இல் இருந்து l இற்குரிய செங்குத்துத்தூரம்

$$d = \frac{|h + k - (2 + \sqrt{2})|}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

$$d = \frac{(2 + \sqrt{2}) - (h + k)}{\sqrt{2}} \quad (5) \quad (\because h + k < 2 + \sqrt{2} \text{ என்பதனால்})$$

கோடு l , ஐ S' தொடுவதால் செங்குத்துத் தூரமானது S' இன் ஆரைக்குச் சமமாகும். (10)

S உம் S' உம் வெளிப்புறமாகத் தொடுவதால்

$$CC' = 1 + d \quad (10)$$

$$\Rightarrow CC'^2 = (1 + d)^2$$

$$\Rightarrow (h - 1)^2 + (k - 1)^2 = \left[1 + \frac{(2 + \sqrt{2}) - (h + k)}{\sqrt{2}} \right]^2 \quad (10)$$

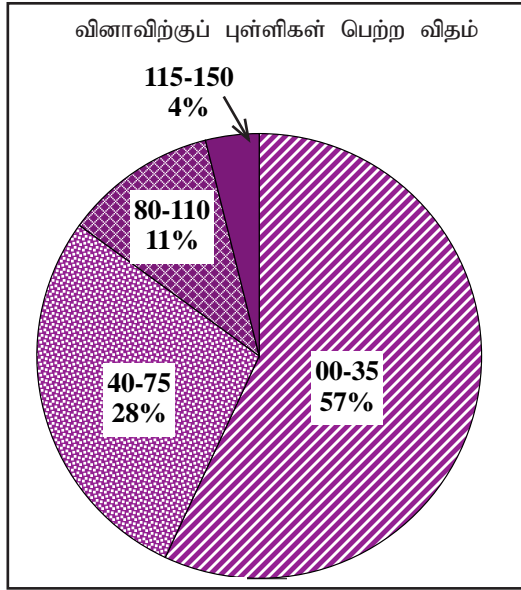
$$\Rightarrow 2h^2 + 2k^2 - 4h - 4k + 4 = [2 + 2\sqrt{2} - h - k]^2$$

$$\quad (5) \quad = (2 + 2\sqrt{2})^2 - 2(2 + 2\sqrt{2})h - 2(2 + 2\sqrt{2})k + 2hk + h^2 + k^2 \quad (10)$$

$$\Rightarrow h^2 - 2hk + k^2 + 4\sqrt{2}(h + k) = 8(\sqrt{2} + 1) \quad (5)$$

65

16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 57% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

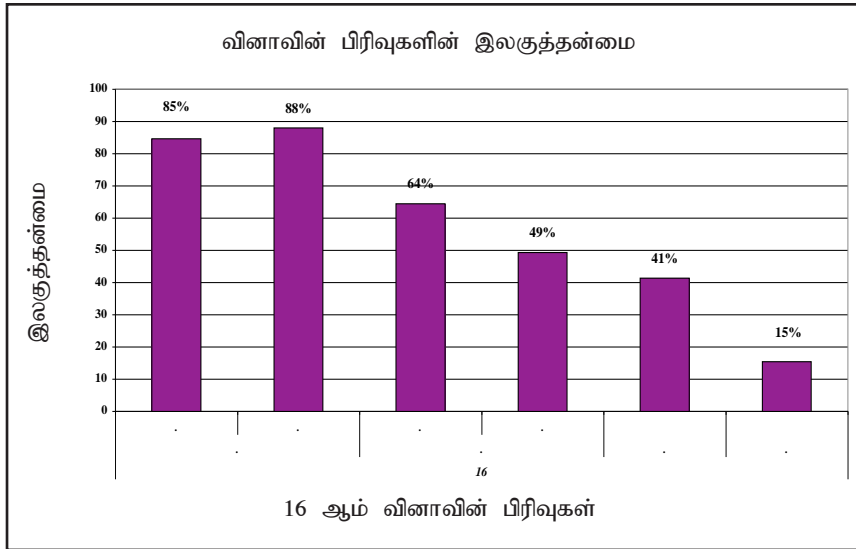
00 - 35 புள்ளி ஆயிடையில் 57%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடையில் 28%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடையில் 44%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடையில் 4%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இவ்வினா ஆறு பகுதிகளைக் கொண்டமைந்தது. அவற்றுள் அதிக இலகுத்தன்மையைக் கொண்டது இரண்டாம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 88% ஆகும். மிகவும் குறைந்த இலகுத்தன்மை உடையது இறுதிப் பகுதியாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 15% ஆகும். இவ்வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 42% ஆகும்.

இது அட்சர கணித வட்டத்தின் அலகுகளை அடிப்படையாகக் கொண்ட கட்டமைப்பு வினாவாகும். வினாவின் சிக்கல் தன்மை கிரமமாக அதிகரித்து இருப்பதை நிரல் வரைபின் ஊடாக அறிய முடிகின்றது. வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 42% ஆகும். பகுதி B யின் வினாக்களுள் குறைந்த இலகுத்தன்மையைக் கொண்டதாக இதனைக் கருத முடியும். அதிகளவான பரீட்சார்த்திகள் முதல் இரு பகுதிகளுக்கும் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். அவற்றின் இலகுத்தன்மை 85%, 88% ஆகும். மூன்றாவது பகுதிக்காக ஓரளவு திருப்திகரமான விடையை எழுதியிருந்தனர். 1 என்ற நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை பெறும்போது திருப்திகர மட்டத்தில் காணப்பட்டுள்ளனர். இரண்டு புள்ளிகள் நேர்கோட்டின் ஒரு பக்கத்திலா அல்லது எதிர் பக்கங்களிலா அமைந்திருப்பது, இதற்காகப் பயன்படுத்தப்பட வேண்டிய கிரகித்தலைக் கொண்டிரமையால் தேவையான சமநிலையைப் பெறுவதில் சிக்கல்பட்டுள்ளனர். அதனால் அந்தப் பகுதியின் இலகுத்தன்மை 41% மட்டில் குறைவடைந்து இருந்தது. மேலேயுள்ள சமநிலையைப் பாவித்து தேவையான விடையைப் பெறுவது திருப்திகரமான மட்டத்தில் இல்லை. அதனால் இறுதிப் பகுதியின் இலகுத்தன்மை 15% அளவில் கீழ்மட்டத்துக்குச் சென்றிருந்தது.

17 ஆம் வினா

17. (a) சர்வசமன்பாடு

$$\cos \alpha + \cos \beta - \cos \gamma - \cos(\alpha + \beta + \gamma) = 4 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha + \gamma) \sin \frac{1}{2}(\beta + \gamma) \text{ ஐ நிறுவுக.}$$

(b) $f(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 2\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 4\cos^2 \frac{x}{2}$ எனக் கொள்வோம்.

$f(x)$ ஐ வடிவம் $a \sin(x + \theta) + b$ யில் எடுத்துரைக்க; இங்கு

$a(> 0), b, \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகளாகும்.

$1 \leq f(x) \leq 5$ என்பதை உய்த்தறிக.

$-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}$ இற்கு $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(c) $p > 2q > 0$ எனக் கொள்வோம்.

ஒரு முக்கோணி ABC யின் BC, CA, AB எனும் பக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே $p+q, p, p-q$, ஆகும்.

$$\sin A - 2 \sin B + \sin C = 0 \text{ எனக் காட்டி,}$$

$$\cos \left(\frac{A-C}{2} \right) = 2 \cos \left(\frac{A+C}{2} \right) \text{ என்பதை உய்த்தறிக}$$

(a) $\cos \alpha + \cos \beta - \cos \gamma - \cos(\alpha + \beta + \gamma)$

$$= \cos \alpha + \cos \beta - (\cos \gamma + \cos(\alpha + \beta + \gamma)) \quad (5)$$

$$= 2 \cos \left(\frac{\alpha+\beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha-\beta}{2} \right) - 2 \cos \left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha+\beta}{2} \right) \quad (5) + (5)$$

$$= 2 \cos \left(\frac{\alpha+\beta}{2} \right) 2 \sin \left(\frac{\alpha+\gamma}{2} \right) \sin \left(\frac{\beta+\gamma}{2} \right) \quad (5)$$

$$= 2 \cos \left(\frac{\alpha+\beta}{2} \right) \left[\cos \left(\frac{\alpha-\beta}{2} \right) - \cos \left(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2} \right) \right] \quad (5)$$

$$= 4 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha + \gamma) \sin \frac{1}{2}(\beta + \gamma)$$

25

(b) $f(x) = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 2\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + 4\cos^2 \frac{x}{2}$

$$= (1 - \cos x) + \sqrt{3} \sin x + 2(1 + \cos x) \quad (10)$$

$$= \sqrt{3} \sin x + \cos x + 3$$

$$= 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x \right] + 3 \quad (5)$$

$$= 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + 3 \quad (5)$$

$$= 2 \left[\cos \frac{\pi}{6} \sin x + \sin \frac{\pi}{6} \cos x \right] + 3 \quad (5)$$

$$a = 2, \quad b = 3, \quad \theta = \frac{\pi}{6} \quad (10)$$

35

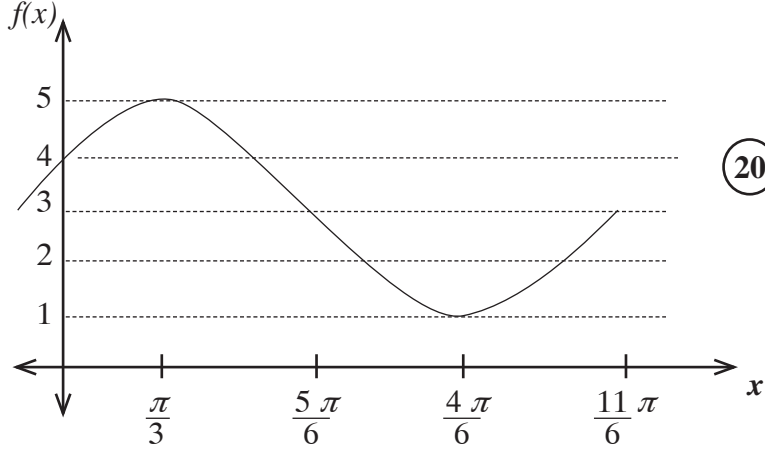
$$-1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \quad (5)$$

$$-2 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 2 \quad (5)$$

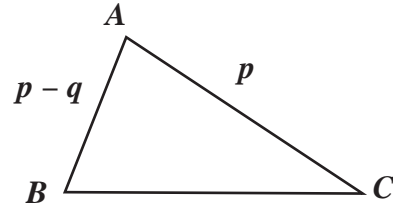
$$-2 + 3 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \leq 2 + 3$$

$$1 \leq f(x) \leq 5 \quad (5)$$

15



20



சைன் விதியைப் பிரயோகிப்பின்,

$$\frac{\sin A}{p+q} = \frac{\sin B}{p} = \frac{\sin C}{p-q} = k \quad \text{எனக் கொள்வோம்} \quad (5)$$

$$(5) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \sin A - 2 \sin B + \sin C = k(p+q) - 2kp + k(p-q) = 0 \quad (10)$$

25

$$\sin A + \sin C = 2 \sin B$$

$$(5)$$

$$2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 2 \sin(\pi - A + C) \quad (5) \quad (10)$$

$$\sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = \sin(A+C) \quad (5)$$

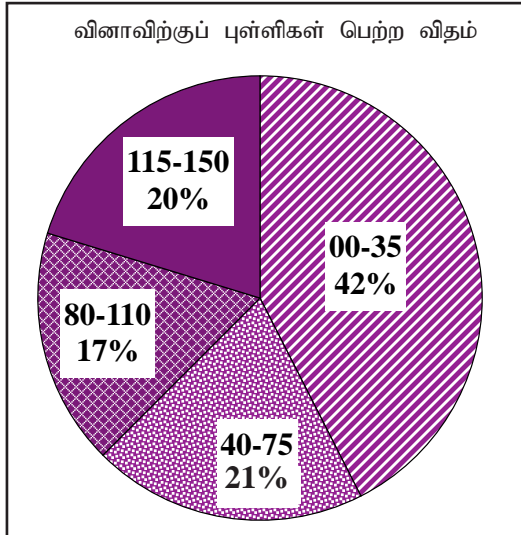
$$\sin\left(\frac{A+C}{2}\right) \cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{A+C}{2}\right) \cos\left(\frac{A+C}{2}\right) \quad (5)$$

$$\cos\left(\frac{A-C}{2}\right) = 2 \cos\left(\frac{A+C}{2}\right) \quad (5)$$

$$\left(0 < \frac{A+C}{2} < \frac{\pi}{2} \quad \therefore \sin\left(\frac{A+C}{2}\right) > 0\right)$$

30

17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 79% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர்.

இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

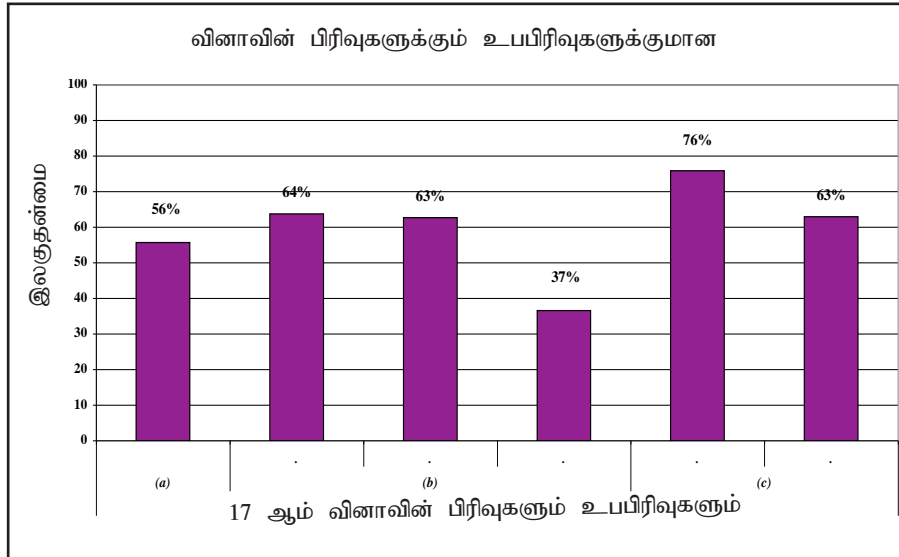
00 - 35 புள்ளி ஆயிடை யில் 42%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடை யில் 21%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடை யில் 17%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடை யில் 20%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினாவில் பகுதி மற்றும் உபபகுதிகள் ஆறு உள்ளன. அவற்றுள் பகுதி (c) யின் முதலாவது உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை உயர்வாக உள்ளதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 76% ஆகும். பகுதி (b) யின் மூன்றாவது உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவாக இருப்பதுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 37% ஆகும். இலகுத்தன்மை 50% இனை விடக் குறைவாக அமைவது இந்த உப பகுதிக்கு மட்டுமேயாகும். இந்த வினாவில் மொத்த இலகுத்தன்மை 61% ஆகும்.

இந்த வினா திரிகோண கணிதத்தை அடிப்படையாகக் கொண்டதெனினும் ஒன்றுக்கொன்று சுயாதீன பகுதிகள் மூன்றைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 61% ஆவதோடு இதன் இலகுத்தன்மை இரண்டாவதாகக் காணப்படுவது 11 ஆவது வினாவின் இலகுத்தன்மை மட்டுமேயாகும்.

- பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவிலானோர் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். இலகுத்தன்மை 56% ஆகும். எனினும் ஏனைய சந்தர்ப்பங்களில் பயன்படுத்த வேண்டி ஏற்பட்ட திரிகோண கணித சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தும் திறன் போதுமானதாகக் காணப்படவில்லை என்பதனால் இன்னமும் விருத்தி செய்வதற்கு அவசியம் எனக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- இங்கு முதல் உபபகுதிக்கு அதிகமானோர் திருப்திகரமாக விடை எழுதி இருந்தனர். அதிக பரீட்சார்த்திகள் a, b, c இற்காக சரியான பெறுமானத்தைப் பெற்று இருந்தனர். எனினும் இரண்டாம் உப பிரிவின் கீழ் தேவையான சமனிலியைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியுமாய் இருந்தது. எனினும் வரைபை வரைதல் அவ்வளவு திருப்திகரமான மட்டத்தில் இல்லை. அந்த உபபிரிவானது இலகுத்தன்மை 37% மாகும். திரிகோண வரைபுகளை வரைதலைப் பயிற்சியளிப்பதன் மூலம் பரீட்சார்த்திகள் அது தொடர்பான தெளிவை விருத்தி செய்துகொள்ள வேண்டும். தரப்பட்ட வரைபை தாண்டாது வரைபை வரைவதற்கு முடியாமையினால் சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு புள்ளிகள் கிடைக்காது இருந்தன.
- இங்கு முதல் உபபகுதிக்கு அதிகமானோர் திருப்திகரமாக விடையளித்திருந்ததுடன் அதன் இலகுத்தன்மை 76% ஆகும். இரண்டாவது பகுதிக்காக அளித்திருந்த விடை ஓரளவு திருப்திகரமாக இருந்ததுடன் இலகுத்தன்மை 63% ஆகும்.

2.2 வினாப்பத்திரம் II உம் விடையளிக்கப்பட்டமை தொடர்பான தகவல்களும்

2.2.1 வினாப்பத்திரம் II இன் கட்டமைப்பு

நேரம் 03 மணித்தியாலங்கள். மொத்தம் 100 புள்ளிகள்

★ இவ்வினாத்தாள் இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி A - **10** வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **25** புள்ளிகள் வீதம் **250** புள்ளிகள்

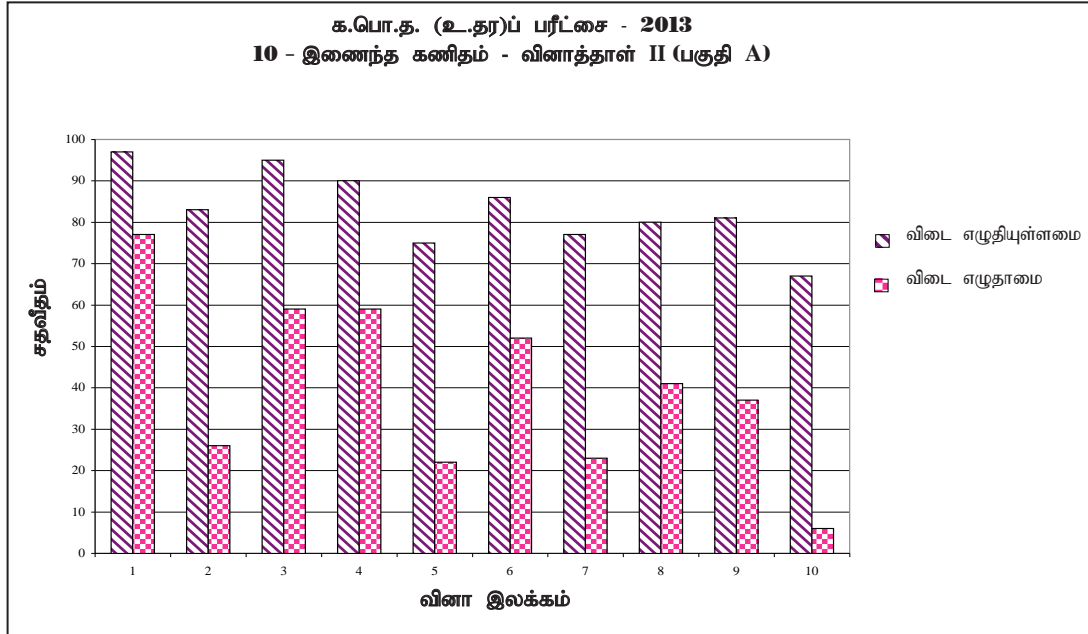
பகுதி B - **ஏழு** வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுத வேண்டும். ஒரு வினாவுக்கு **150** புள்ளிகள் வீதம் **750** புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் II இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள் = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ பரீட்சையில் பகுதி A யிற்கு வினாத்தாளின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடையை எழுத வேண்டும்.

2.2.2 இணைந்த கணிதம் II ஆவது வினாத்தாளுக்காக விடை எழுதியுள்ள முறைகள்

இந்த II ஆம் வினாத்தாளில் பகுதி A யிற்குரிய பத்து வினாக்களுக்கும் கண்டிப்பாக விடை எழுத வேண்டும். எனினும் அதற்கு விடை எழுதிய பல்வேறு முறைகளைக் காண முடிந்தது, இந்த 10 வினாக்களுக்கும் விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம், அதற்கேற்ப அந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை என்பன கீழே உள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளன.



வரைபு 10 : இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி A யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவின் இலகுத்தன்மை.

இந்த இணைந்த கணிதம் வினாத்தாள் II இல் பகுதி A யில் அடங்கியுள்ள 10 வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க வேண்டியது கட்டாயமாவதோடு இவ்வினாப்பத்திரத்திற்கு தோற்றிய பரீட்சார்த்திகளுள் 90% இற்கும் குறையாத சதவீதத்தினர் விடை எழுதி இருந்தது. வினா இலக்கம் 1, 3, 4 இற்கு மட்டுமாகும். பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் விடையளித்திருந்தது. 01 ஆம் வினாவாவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 97% ஆகும். வினா இலக்கம் 5, 7, 10 இற்கு விடையளித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் 80%இற்கு குறைந்ததோடு அவர்களுள் மிகக் குறைந்த சதவீதத்தினர் அதாவது 67% இனர் மட்டும் விடையளித்து இருந்தது 10 ஆம் வினாவிற்காகும். பரீட்சார்த்திகளுள் சகலரினாலும் விடை அளிப்பதற்கு முயற்சித்துள்ள ஒரு வினாவாவது இந்த பத்து வினாக்களுள் இல்லை.

இந்த பத்து வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மையை கருதும்போது தெளிவாவது இலகுத்தன்மை 50% இணை தாண்டியிருப்பது 1, 3, 4, 6 ஆகிய நான்கு வினாக்களில் மட்டுமே ஆகும். 2, 5, 7, 10 ஆகிய வினாக்களின் இலகுத்தன்மை 30% இணை விடக் குறைந்ததாகும்.

இலகுத்தன்மை அதிகமான வினா அதிகளவில் விடை எழுத முயன்றுள்ள 01 ஆம் இலக்க வினா ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 77% ஆகும். அவ்வாறே மிகக் குறைவாக விடை எழுதப்பட்ட வினா 10 ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவானதோடு அதன் இலகுத்தன்மை 6%ஆன மிகவும் குறைந்த பெறுமானத்திற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டிருந்தது.

இந்த பத்து வினாக்களுக்காவும் பரீட்சார்த்திகளின் துலங்கள் தன்மையை நன்றாக ஆராய்ந்து பார்ப்பதற்காக கீழேயுள்ள அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள தகவல்களை பயன்படுத்திக் கொள்ள முடியும்.

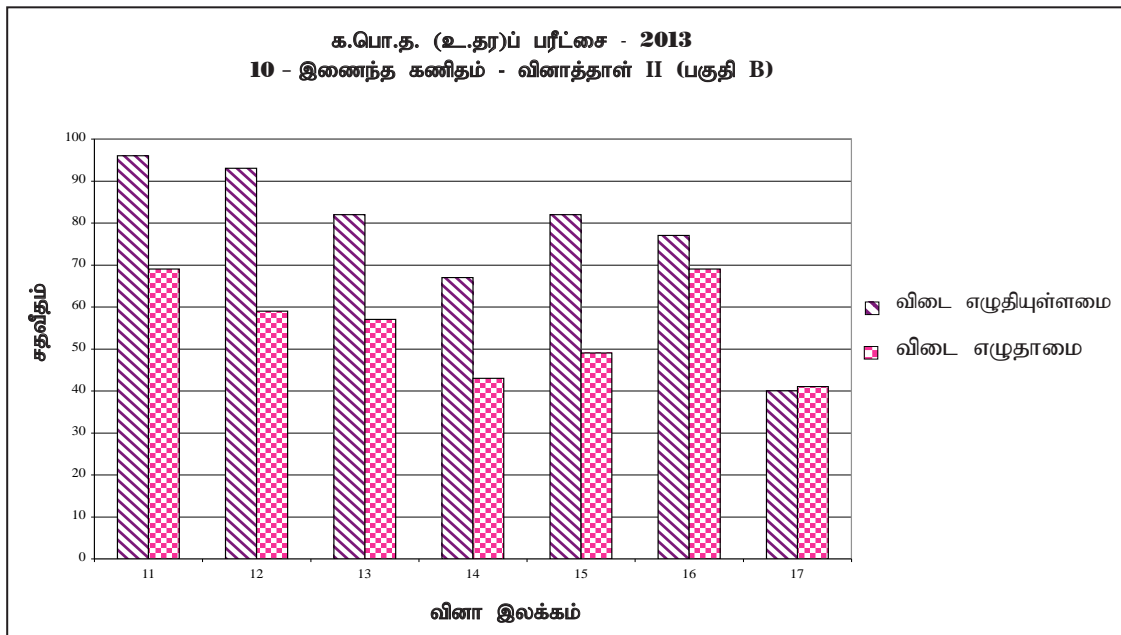
வினா இலக்கம்		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
விடை எழுதி இருந்த பரீட்சார்த்திகளுள்	புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம்	15	41	30	20	53	25	44	28	24	86
	25 புள்ளிகளையும் பெற்றவர்களின் சதவீதம்	75	15	51	44	15	44	15	37	15	5
வினாவின் % இலகுத்தன்மை		77	26	59	59	22	52	23	41	37	6

வினாத்தாள் II இன் பகுதி A யின் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் புள்ளிகளைப் பெறாதவர்களும் 25 புள்ளிகளையும் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம்

வினாவிற்குரிய மொத்தப் புள்ளிகளின் அதிகளவை பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் அதிக சதவீதத்தினர் அதாவது 75% இனர் காணப்படுவது 01 ஆவது வினாவாவதோடு 03 ஆம் இலக்க வினாவிற்காக அந்த சதவீதம் 51% ஆகும். ஏனைய எட்டு வினாக்களுக்குமான அந்த சதவீதம் 50% இனை விடக் குறைந்தது. அவற்றுள் 02, 05, 07, 09, 10 ஆகிய ஐந்து வினாக்களுக்காக அந்த ஒவ்வொரு வினாவிற்குரிய முழுப்புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொண்ட பரீட்சார்த்திகளில் 15% இனைத் தாண்டவில்லை. அவ்வாறெனில் பரீட்சார்த்திகளுள் 85%த்தினர் அல்லது அதனைவிடக் கூடிய சதவீதத்தினருக்கு வினாவிற்குரிய முழுப்புள்ளிகள் 25 ஐயும் பெறமுடியாது இருந்தது. இந்த ஐந்து வினாக்களுள் 09 ஆம் வினாவின் இலகுத்தன்மை 37% ஆனதோடு மற்றைய நான்கு வினாக்களினது இலகுத்தன்மை 26% அல்லது அதற்குக் குறைவாகும். 10 ஆம் இலக்க வினாவிற்கு விடையளித்த பரீட்சார்த்திகளுள் 86%த்தினர் பெற்றுக்கொண்டது 0 புள்ளியேயாகும். 25 புள்ளிகளையும் பெற்றுக்கொண்டவர்கள் வெறுமனே 5% த்தினர் மட்டுமேயாகும். இந்த வினாவிற்கு திருப்திக்குட்படக் கூடியவாறு விடையளிப்பதற்கு பரீட்சார்த்திகள் அதிகமானோருக்கு முடியாதிருந்ததுடன் அவ்வாறே அவ்வினாவின் இலகுத்தன்மை 6% த்திற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது.

பரீட்சார்த்திகளுக்கு மிகவும் இலகுவாக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியுமென எதிர்பார்க்கையுடன் தயாரிக்கப்பட்ட இந்த பத்து வினாக்களுள் அந்த எதிர்பார்ப்பை ஓரளவு வழங்கியிருந்தது. 01, 03, 04 , 06 ஆகிய நான்கு வினாக்கள் மட்டுமே என மேலேயுள்ள தகவல்களில் இருந்து தெரியவருகிறது.

இணைந்த கணித வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்ட ஏழு வினாக்களில் தமக்கு விருப்பமானவாறு தெரிவு செய்யப்பட்ட ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடை எழுத வேண்டியதுடன் அந்த ஒவ்வொரு வினாக்களுக்காகவும் வினாத்தாளுக்குரிய 1000 புள்ளிகளில் 150 புள்ளிகள் படி உரித்தாகும். அந்த வினாக்களைத் தெரிவு செய்த முறை மற்றும் அவற்றின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள வரைபில் காட்டப்பட்டுள்ளது.



வரைபு 10 : இணைந்த கணிதம் II இன் பகுதி B யின் வினாக்களுக்கு விடை எழுத முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளின் சதவீதம் மற்றும் அந்த ஒவ்வொரு வினாவினதும் இலகுத்தன்மை.

இந்த வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யில் தரப்பட்டுள்ள ஏழு வினாக்களில் அதிகளவிலான அதாவது பரீட்சார்த்திகளுள் 96%இனர் தெரிவு செய்து இருந்தது 11 ஆவது வினாவையாகும். அந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை உயர்வானதாகும். அதன் இலகுத்தன்மை 69%ஆகும். எனினும் தெரிவு செய்கையானது 77%இற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டிருந்தது. 16 ஆவது வினாவிற்கு விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகளுக்கு மற்றைய வினாக்களின் சார்பாக 16 ஆவது வினாவில் அதிக புள்ளிகளைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியாமல் இருந்தது. குறைவாக தெரிவு செய்திருந்த வினா 17 ஆவதோடு அதன் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவாகும்.

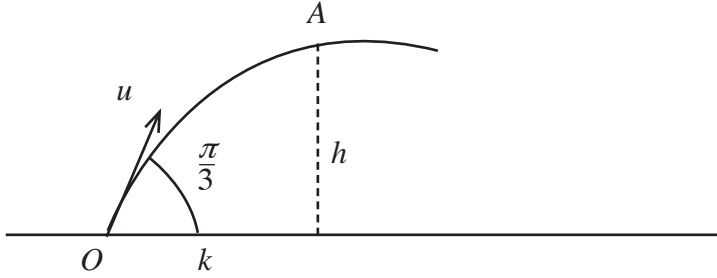
வினாத்தாள் II இல் அடங்கிய 17, வினாக்களில் அவற்றின் இலகுத்தன்மையை இறங்கு வரிசைக்கேற்ப ஒழுங்கமைக்கும்போது பெறப்படும் இடங்களின் வரிசை ஒழுங்குகள் 1, 11, 16, 3, 4, 12, 13, 6, 15, 14, 8, 17, 9, 2, 7, 5, 10 ஆகும். இந்த வினாத்தாளில் பகுதி A யில் 1, 3, 4, 6 ஆகிய வினாக்களைத் தவிர எஞ்சிய வினாக்களின் இலகுத்தன்மை பகுதி B யின் வினாக்களின் இலகுத்தன்மையை விடக் குறைவடைந்திருந்தது. பகுதி Aயின் வினாக்களின் அதிகளவில் எதிர்பார்க்கையுடன் கூடியளவு புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு பரீட்சார்த்திகளால் முடியாமை என்பதாகும். வினாப்பத்திரம் II இன் பகுதி A யின் 10 வினாக்களில் இலகுத்தன்மையின் இடை 40% ஆவதோடு பகுதி B யின் 7 வினாக்களினதும் இலகுத்தன்மையின் இடை 55% ஆகும். வினாப்பத்திரம் II இன் மொத்த இலகுத்தன்மை 51% ஆகும்.

2.2.3 II ஆவது வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு வினாக்கள் அவற்றிற்கு எதிர்பார்க்கப்பட்ட விடைகள், புள்ளி வழங்கும் திட்டம், விடையளித்தல் தொடர்பான அவதானிப்பும் ஆலோசனைகளும்

(10) இணைந்த கணிதம் வினாப்பத்திரம் II - பகுதி A

வினா இலக்கம் 1

1. ஒருதுணிக்கைஒருபுள்ளி O விலிருந்து கிடையுடன் கோணம் $\frac{\pi}{3}$ இல் கதி u உடன் ஈர்ப்பின் கீழ் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை தூரம் k யிற்குக் கிடையாகச் செல்லும்போது O வின் மட்டத்திற்கு மேலே அதன் நிலைக்குத்துதூரம் h எனக் கொள்வோம். $\sqrt{3}k = h + \frac{2gk^2}{u^2}$ எனக் காட்டுக.



O இலிருந்து A யிற்கு $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ ஐ பிரயோகிக்க

$$\rightarrow k = \frac{u}{2} T \dots\dots\dots (1) \quad (5)$$

$$\uparrow h = \sqrt{3}k T - \frac{1}{2}gT^2 \dots\dots\dots (2) \quad (10)$$

$$(1), (2) \text{ இன் } h = \sqrt{3}k - \frac{1}{2}g \left(\frac{2k^2}{u}\right) \quad (5)$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}k = h + \frac{1}{2}g \frac{4k^2}{u^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}k = h + \frac{2gk^2}{u^2} \quad (5) \quad (25)$$

1 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

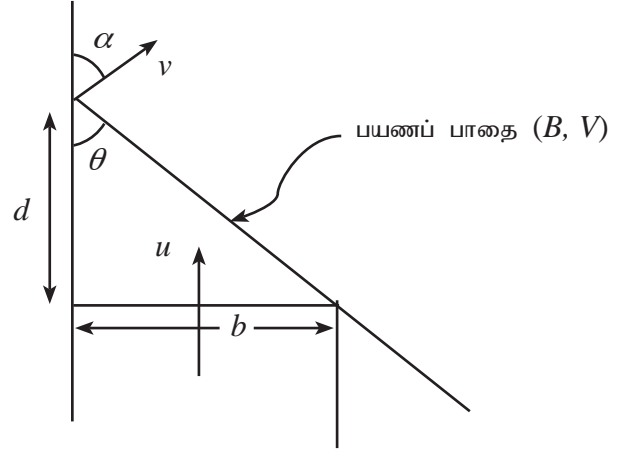
பரீட்சார்த்திகளுள் அதிக சதவீதத்தினர் அதாவது 97% இனர் விடையளித்திருந்த வினா இதுவாகும். அதாவது பகுதி A யின் பத்து வினாக்களுள் மிகவும் இலகுத்தன்மை கூடியது இவ்வினாவாகும். இதன் இலகுத்தன்மை 77% ஆகும். கிடையாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் இயக்க சமன்பாடுகளை நேரடியாகக் கொண்டு விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள முடிவதனால் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் திருப்பதிகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். விடையளித்திருந்த விண்ணப்பதாரிகளுள் 75% வீதமானனோர் வினாவுக்குரிய முழுப் புள்ளியான 25 புள்ளிகளையும் பெற்றிருந்தனர்.

வினா இலக்கம் 2

2. அகலம் b யை உடைய ஒரு வான் சீரான வேகம் u உடன் ஒரு நேர் வீதி வழியே வீதியோர் நடைபாதையை மட்டுமட்டாகத் தொட்டுக்கொண்டு அதற்குச் சமாந்தரமாகச் செல்கின்றது. சிறுவன் ஒருவன் வானிற்கு முன்னால் தூரம் d யில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் நடைபாதையிலிருந்து வீதியில் இறங்கி வானின் இயக்கத் திசையுடன் ஒரு கூர்ங்கோணம் α வை ஆக்குகின்ற திசையில் சீரான வேகம் v ($< u \sec \alpha$) உடன் நடக்கின்றான். சிறுவன் வானினால் மோதப்படாமல் மட்டுமட்டாகத் தப்பினால் $bu = (b \cos \alpha + d \sin \alpha) v$ எனக் காட்டுக.

B - சிறுவன்

V - வான்



$$\text{Vel}(B, E) = \begin{array}{c} \alpha \\ \nearrow v \end{array}$$

$$\text{Vel}(V, E) = \begin{array}{c} \uparrow u \end{array}$$

$$\text{Vel}(B, V) = \begin{array}{c} \theta \\ \searrow \end{array}$$

(5)

$$\text{Vel}(B, V) = \text{Vel}(B, E) + \text{Vel}(E, V) \quad (5)$$

$$= \begin{array}{c} \alpha \\ \nearrow v \end{array} + \begin{array}{c} \downarrow u \end{array} = \begin{array}{c} v \sin \alpha \\ \nearrow \theta \\ u - v \cos \alpha \end{array}$$

(5)

$$\tan \theta = \frac{v \sin \alpha}{u - v \cos \alpha} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{b}{d} = \frac{v \sin \alpha}{u - v \cos \alpha} \quad (5)$$

$$\Rightarrow bu = (b \cos \alpha + d \sin \alpha) v$$

25

2 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 83%த்தினர் இந்த வினாவிற்கு விடை எழுதியிருப்பினும் வினாவின் இலகுத்தன்மை 26% வரையான கீழ்மட்டத்தில் காணப்பட்டது. விடை எழுதியிருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் 41%இனர் அந்த விடைக்காக எதுவித புள்ளிகளைப் பெற்றிறாமை அதற்குக் காரணமான பிரதான காரணமாகும். மொத்தப் புள்ளியான 25 புள்ளிகளையும் பெறமுடிந்த பரீட்சார்த்திகள் 15%இனர் மட்டுமேயாகும். அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் தரப்பட்ட வினாவை வாசித்து அதற்குரிய வரிப்படங்களை வரைந்து இயக்கத்தின் திசையைச் சரியாக குறிப்பதற்கு சிரமப்பட்டிருந்தனர். சார்பு வேக கோட்பாடுகளை சரியாக பயன்படுத்திய பரீட்சார்த்திகளும் விடையாகப் பெற்றுக்கொள்ளக் கூடிய கூற்றுகளை பெறுவதில் சிரமப்பட்டிருந்தனர். “சிறுவன் வானினால் மோதப்படாமல் மட்டுமட்டாகத் தப்பினால்” இற்கு சார்பான தொடர்பை கட்டியெழுப்பும் திறன் மாணவர்களிடம் குறைவடைந்திருந்தது அதற்குரிய காரணமாக கருதப்படலாம்.

வினா இலக்கம் 3

3. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை ஓர் ஒப்பமானகிடைமேசைமீது ஓய்வில் உள்ளது. ஒவ்வொன்றும் திணிவு $2m$ ஐ உடைய இரு துணிக்கைகள் மேசைமீது எதிர்த் திசைகளில் u & $2u$ என்னும் கதிகளுடன் ஓய்வில் உள்ள துணிக்கையை நோக்கி இயங்கிக்கொண்டு அதனுடன் ஒரே வேளையில் மோதி இணைகின்றன. மோதுகைகளுக்குப் பின்னர் இணைந்த துணிக்கையின் கதியைக் கண்டு, மோதுகைகளின் விளைவாக இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியில் உள்ள இழப்பு $\frac{23}{5} mu^2$ எனக் காட்டுக.



$\mathbf{I} = \Delta(m \mathbf{v})$ இனை தொகுதிக்கு பிரயோகிக்க.

$$\longrightarrow 0 = 5mv - (2m \times 2u - 2mu) \quad (10)$$

$$\therefore v = \frac{2u}{5} \quad (5)$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} (5m)v^2 - \frac{1}{2} (2m)(2u)^2 - \frac{1}{2} (2m)u^2 \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} (5m) \left(\frac{2u}{5} \right)^2 - 4mu^2 - mu^2$$

$$= \frac{2mu^2}{5} - 5mu^2 = -\frac{23}{5} mu^2 \quad (5)$$

$$\therefore \text{சக்தி இழப்பு} = \frac{23}{5} mu^2$$

25

3 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 95%இனர் இந்த வினாவிற்கு விடையளித்து இருப்பினும் வினாவின் இலகுத்தன்மை 59% மாகும். இந்த வினாவை தெரிவு செய்ததை போன்று இலகுத்தன்மையில் இரண்டாவதாக அமைவது முதலாவது வினாவுக்கு மட்டுமேயாகும். அநேகமான பரீட்சார்த்திகள் திருப்திகரமான விடையை எழுதியிருந்தனர். மோதுகையுடன் தொடர்புறுவது 3 துணிக்கைகள் என தவறுதலாக எடுத்துக் கொண்டு துணிக்கைகள் 2 இனை வெவ்வேறாக கருதியமையினால் சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு சரியாக விடையைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக முழுத் தொகுதியையும் ஒரேயடியாக கருதி உந்த மாறிலியைக் காண்பதற்குப் பதிலாக உடன் ஏற்படுவதனால் $\mathbf{I} = \Delta(m \mathbf{v})$, அதாவது “கணத்தாக்கு ஆனது உந்தமாற்றத்திற்கு சமனாகும்” எனக் கருதி இணைந்த துணிக்கையின் வேகத்தைக் கண்டு மேலதிகமாக இயக்க சக்தி இழப்பைக் கணிக்க வேண்டும்.

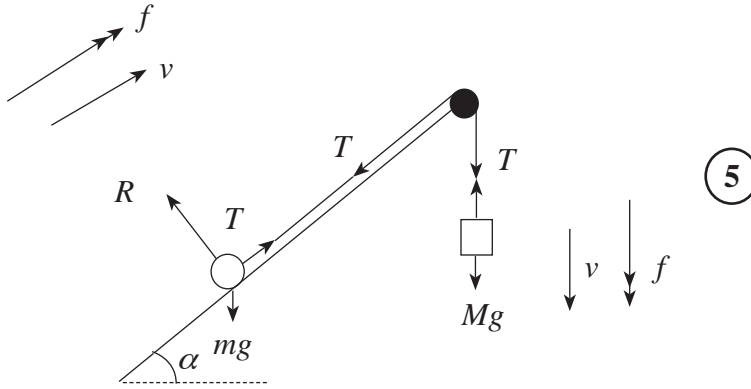
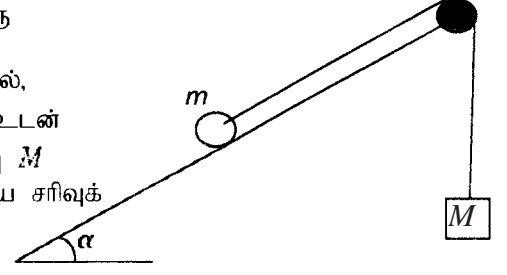
வினா இலக்கம் 4

4. கிடையுடன் கோணம் α இல் சாய்ந்துள்ள ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான

தளத்தின் மீது ஓய்வில் இருக்கும் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை தளத்தின் உச்சியில் உள்ள ஒரு சிறிய கப்பிக்கு மேலாகச் செல்கின்ற ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால், சுயாதீனமாகத் தொங்குகின்ற ஒரு திணிவு M ($M > m \sin \alpha$) உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவில் காணப்படுகின்றவாறு திணிவு M ஆனது கப்பிக்கு கிட்ட இருக்கும்போது தளத்தின் மிகப் பெரிய சரிவுக் கோட்டின் வழியே இழை இறுக்கமாக இருக்கத் தொகுதி

ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை தளத்தின் வழியே மேல் நோக்கித் தூரம் d யிற்கு

இயங்கும்போது அத்துணிக்கையின் கதி v ஆனது $(M + m)v^2 = 2gd(M - m \sin \alpha)$ இனால் தரப்படுகின்றது எனக் காட்டுக.



($F = ma$ இனைப் பிரயோகிக்க.

(m) இற்கு $T - mg \sin \alpha = mf$ (5)

(M) இற்கு $Mg - T = Mf$ (5)

$\therefore f = \frac{(M - m \sin \alpha)g}{(M + m)}$ (5)

(M) இற்கு $v^2 = u^2 + 2as$ இனைப் பிரயோகிக்க. $v^2 = 2(f)(d) = 2 \frac{(M - m \sin \alpha)}{(M + m)} gd$

$\Rightarrow (M + m)v^2 = 2gd(M - m \sin \alpha)$ (5)

25

மாற்று முறை

மேலுள்ள படத்தை

(5)

சக்திக்காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} mv^2 = Mgd - mgd \sin \alpha$$

$$= (M - m \sin \alpha)gd$$

(15)

$\Rightarrow (M + m)v^2 = 2gd(M - m \sin \alpha)$

(5)

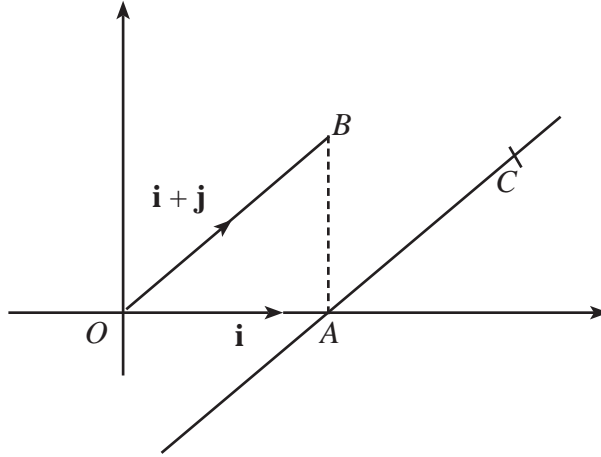
25

4 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

விண்ணப்பதாரிகளுள் 90% இனர் விடையளித்திருந்த இந்த வினாவினது இலகுத்தன்மை 59% மாகும். அவர்களுள் புள்ளிகளைப் பெறாதோரின் சதவீதம் 20% ஆக இருந்தாலும் 25 உச்ச புள்ளிகளைப் பெற்றோர் 44% ஆகும். இந்த வினாவிற்குரிய வரிப்படத்தில் சகல விசைகளையும் குறிக்காத காரணத்தினால் வரிப்படத்திற்குரிய புள்ளிகளைப் பெறுவதற்கு முடியாது இருந்தமை அதற்கு காரணமாகும். சில பரீட்சார்த்திகள் m மற்றும் M என்ற திணிவிற்காக ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட பருமனுடைய கூடிய இழுவைகள் இரண்டைக் கருதுவதனால் சரியான விடையை பெற்றுக் கொள்வதற்கு முடியாது போய் இருந்தது. இவ்வகையான குறைபாட்டைத் தவிர்த்திருந்தால் மிகவும் இலகுவாக கூடிய புள்ளிகளை விரைவாகப் பெற்றுக்கொள்ள முடியுமான வினாவொன்றாகும்.

வினா இலக்கம் 5

5. வழக்கமான குறியீட்டில் ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O வைக் குறித்து முறையே A, B என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் $\mathbf{i}, \mathbf{i} + \mathbf{j}$ எனக் கொள்வோம். அத்துடன் C என்பது A யினூடாக OB யிற்குச் சமாந்தரமான நேர்கோடு மீது உள்ள ஒரு புள்ளி எனவும் கொள்வோம். $OC = (1 + \lambda) \mathbf{i} + \lambda \mathbf{j}$ எனக் காட்டுக; இங்கு λ ஒரு மெய் எண். BC ஆனது OB யிற்குச் செங்குத்தாக இருக்கத்தக்கதாக λ வின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC}, \vec{AC} = \lambda (\mathbf{i} + \mathbf{j}), \text{ இங்கு } \lambda \in \mathbb{R} \quad (5)$$

$$\therefore \vec{OC} = \mathbf{i} + \lambda (\mathbf{i} + \mathbf{j}) \quad (5)$$

$$= (1 + \lambda) \mathbf{i} + \lambda \mathbf{j} \quad (5)$$

$$BC \perp OB \Rightarrow \vec{BC} \cdot \vec{OB} = 0 \quad \dots\dots\dots (1) \quad (5)$$

$$\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC}$$

$$= -\mathbf{i} - \mathbf{j} + (1 + \lambda) \mathbf{i} + \lambda \mathbf{j}$$

$$= \lambda \mathbf{i} + (\lambda - 1) \mathbf{j} \quad (5)$$

$$(1) \quad [\lambda \mathbf{i} + (\lambda - 1) \mathbf{j}] \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j}) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda + (\lambda - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \quad (5)$$

25

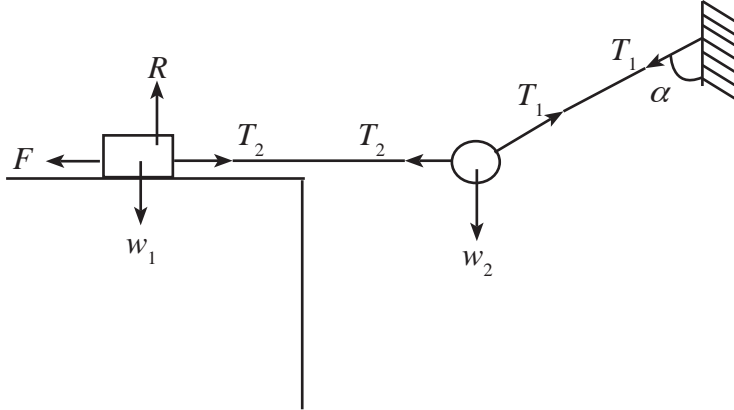
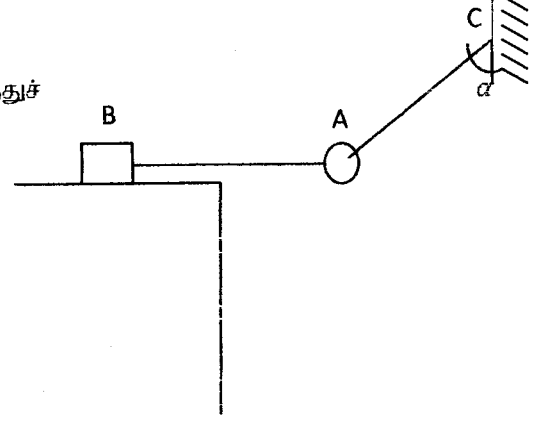
5 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

விண்ணப்பதாரிகளுள் 75%இனர் விடையளித்திருந்த வினாவொன்றாகும். இலகுத்தன்மை 22% அளவு குறைந்த பெறுமானமாகும். சிக்கல் தன்மையில் இரண்டாவதாக அமைவது 10 ஆவது வினாவிற்கு மட்டுமேயாகும். விடையளித்திருந்த பரீட்சார்த்திகளுள் 53%இனர் எவ்வித புள்ளிகளையும் பெற்றிருக்கவில்லை. 25 புள்ளிகளைப் பெற்றிருந்த 15% மான மிகக் குறைந்த அளவினராகும். குறியீடுகளுடன் காவிகளை சரியாக குறிக்காமையினால் விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது. இருந்தமை காவிகள் இரண்டு சமாந்தரமாவதற்கு தேவையானவற்றை அட்சரங்களாகக் குறிக்க முடியாமையினால் விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது இருந்தது. **BC** என்ற காவியை **i**, **j** யுடன் சரியாக எழுதிக் காட்டுவதற்கு முடியாமையினால் காவிகள் இரண்டும் ஒன்றிற்கொன்று செங்குத்தாக அந்த காவிகள் இரண்டினதும் குணகங்களினதும் பெருக்கம் பூச்சியமாக இருக்கமுடியுமென பயன்படுத்தாமையினால் வினாவின் பிற்பகுதியின் புள்ளிகளின் அதிகளவு பெருமளவிலான பரீட்சார்த்திகளினால் பெற்றுக்கொள்ள முடியாமையானது வினாவின் இலகுத்தன்மை குறைவடைய காரணமாகும்.

வினா இலக்கம் 6

6. ஒரு கரடான கிடை மேசை மீது ஓய்வில் இருக்கும் நிறை w_1 ஐ உடைய ஒரு மரக்குற்றி ஒரு நிலைக்குத்துச் கவர் மீது நிலைப்படுத்திய ஒரு சிறிய ஆணியுடன் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழை **BC** யினால் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. **CA** ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்தின் கோணம் α வை ஆக்குமாறு நிறை w_2 ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை இழையின் ஒரு புள்ளி **A** யில் கட்டப்பட்டுள்ளது. பகுதி **AB** கிடையாகவும் குற்றி எல்லை நாப்பத்திலும் இருக்குமெனின், $\mu w_1 = w_2 \tan \alpha$ எனக் காட்டுக.

இங்கு μ ஆனது குற்றிக்கும் மேசைக்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகமாகும்.



$$\begin{aligned} \textcircled{w_1} \uparrow R &= w_1 & \textcircled{5} \\ F &= \mu R = \mu w_1 & \textcircled{5} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{தொகுதிக்கு } \rightarrow T_1 \sin \alpha &= F \\ \textcircled{w_2} \text{ இற்கு } \uparrow T_1 \cos \alpha &= w_2 \end{aligned} \right\} \textcircled{5}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \tan \alpha &= \frac{F}{w_2} \\ \Rightarrow w_2 \tan \alpha &= \mu w_1 & \textcircled{5} \end{aligned}$$

6 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 86% த்தினர் விடையளித்திருந்த இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை 52% வீதமாகும். இழையின் கீழேயுள்ள துணிக்கையின் நாப்பம், தொடுகையின் கீழ் துணிக்கையின் எல்லை நாப்பத்தைக் கருத்திற்கொண்டு விடையளிக்கக் கூடிய எளிய பிரசினமாகும். சில எளிய படிமுறைகளில் இறுதியான விடை வரை இலகுவாகப் பெற்றிருக்க முடியும். எனினும் வரிப்படத்திலே சரியாக விசைகளை குறிக்காமையினால் அதற்குரிய புள்ளிகளை பெறமுடியாமையினால் துணிக்கைகள் இரண்டும் இழைகள் இரண்டிலும் இழைகள் சமன் எனக் கொள்ளாமையினால் தரப்பட்ட விடையை பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியாது போய் இருந்தது. நாப்பத்தின் கீழ் வரும் அடிப்படைக் கோட்பாட்டை கருதி விடையை எழுதியிருக்கக் கூடிய இலகுவானவொரு வினாவாகும்.

வினா இலக்கம் 7

7. A, B, C ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி Ω இன் மூன்று தம்முட் புறநீக்கும், யாவுமளாவிய (exhaustive) நிகழ்ச்சிகளெனக் கொள்வோம்.

$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, $P(B \cup C) = \frac{1}{2}$, $P(C \cup A) = \frac{2}{3}$ என்னும் நிகழ்தகவுகள் ஒருங்கமைய இருத்தல் சாத்தியமா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

இல்லை.

(5)

A யும் B யும் தம்முள் புறநீக்கும் நிகழ்ச்சிகள் ஆதலால்,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{இவ்வாறு } P(B) + P(C) = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (2)$$

$$P(C) + P(A) = \frac{2}{3} \dots\dots\dots (3)$$

$$(1) + (2) + (3) \Rightarrow$$

$$2[P(A) + P(B) + P(C)] = \frac{5}{3}$$

$$\therefore P(A) + P(B) + P(C) = \frac{5}{6} \dots\dots\dots (4)$$

A, B, C யாவுமளாவிய நிகழ்ச்சிகள் ஆதலால்,

$$A \cup B \cup C = \Omega$$

$$\therefore P(A) + P(B) + P(C) = P(\Omega) = 1 \dots\dots\dots (5)$$

(4), (5) இலிருந்து A, B, C ஒருங்கமைய இருப்பதற்கு சாத்தியமற்றவை.

(5)

(5)

(5)

(5)

25

7 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

பரீட்சார்த்திகளுள் 77% மானோர் விடை எழுதியிருப்பினும் இலகுத்தன்மை 23% அளவு குறைவானதொரு வினாவாகும். வினாவிற்கு அடிப்படையான “தம்முற் புறநீக்கும் நிகழ்ச்சிகள்” மற்றும் “யாதுமளாவிய நிகழ்ச்சிகள்” என்ற எண்ணக்கரு தொடர்பான சரியான விளக்கம் பரீட்சார்த்திகளுள் இருக்காமை இதற்குக் காரணமாகும். அந்த எண்ணக்கருவை சரியாகப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் அதனைப் பயன்படுத்தி கணிதஞ் சார்ந்த கூற்று, தொடர்புகள் கட்டியெழுப்புதல் தொடர்பாக போதியளவு உயர் அளவில் திறமையை அளவிடுவதாக இந்த வினாவிற்காக அதிகளவிலான விண்ணப்பதாரிகள் கூடிய புள்ளிகளை பெறுவதற்கு பின்னடைந்துள்ளனர்.

வினா இலக்கம் 8

8. A, B என்பன ஒரு மாதிரிவெளி Ω இன் நிகழ்ச்சிகளெனக் கொள்வோம். $P(A|B) = P(A|B')$ எனின், அப்போது A, B ஆகியன சாராதனவெனக் காட்டுக; B' ஆனது B யின் நிரப்பு நிகழ்ச்சியை குறிக்கின்றது.

$$P(A|B) = P(A|B') \text{ என்க.}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \quad [P(B) \neq 0, + P(B') \neq 0] \quad (5)$$

$$= \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} \quad [P(B) \neq 0, 1 \text{ அவ்வாறாயின் } 0 < P(B) < 1] \quad (5)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) - P(B) P(A \cap B) = P(A) P(B) - P(B) P(A \cap B) \quad (5)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) P(B) \quad (5)$$

$\therefore A$ யும் B யும் சாராதவை.

25

8 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

விண்ணப்பதாரிகளுள் 80% இனர் விடை எழுதியிருப்பினும் இலகுதன்மை 41%இற்கு வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு வினாவாகும். இரு நிகழ்ச்சிகளின் நிபந்தனை நிகழ்தகவு மற்றும் சாராமை தொடர்பாக சரியான தெளிவின்மையினால் இங்கு தரப்பட்ட நிகழ்ச்சிகள் சாராத நிகழ்தகவு தொடர்பாக சரியாகக் கருதாமையினால் அதிகமான பரீட்சார்த்திகளுக்கு இந்த வினாவிற்கு விடை எழுதுவதற்கு முடியாது போய் இருந்தது,

வினா இலக்கம் 9

9. பின்வரும் எட்டு நோக்கல்களின் இடையும் ஆகாரமும் முறையே 4, 6 ஆகும்.

$$2, 3, 6, 2, 1, x, y, z$$

இங்கு x, y, z ஆகியன மெய்யெண்கள் x, y, z ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு, எட்டு நோக்கல்களினதும் நியமவிலகலைக் கணிக்க.

இடை = 4 ஆதலால்,

$$2 + 3 + 6 + 2 + 1 + x + y + z = 4 \times 8$$

$$\therefore x + y + z = 32 - 14 = 18 \dots\dots\dots (1)$$

ஆகாரம் 6 ஆகையால், தெரியாக் கணியங்களில் ஆகக்குறைந்தது

இரண்டு 6 ஆக இருக்க வேண்டும்.

(1) இலிருந்து

$$\therefore x = y = z = 6$$

$$\text{நியமவிலகல்} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{4 + 1 + 4 + 4 + 9 + 3 \times 4}{8}}$$

$$\sqrt{\frac{34}{8}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

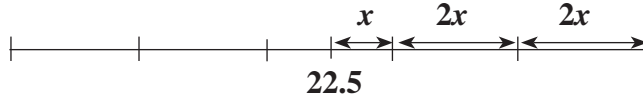
9 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

விண்ணப்பதாரிகளுள் 81% இனர் விடை எழுதியிருப்பினும் இலகுத்தன்மை 37%இற்கு வரையறுக்கப்பட்ட ஒரு வினாவாகும். தரப்பட்ட மீடறன் பரம்பலின் இடை மற்றும் நியம விலகல் ஆகியவற்றைப் பிரதானமாகக் கொண்டு அந்தக் கோட்பாடுகளுக்குரிய அடிப்படை சூத்திரங்கள் தெளிவிருந்தால் இலகுவாக விடையை அளிக்கக் கூடிய வினாவாகும். விடை எழுதுவதற்கு முயற்சித்த பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவிலானோர் x, y, z என்ற பெறுமானங்களை சரியாகக் கண்டு இருப்பினும் நியம விலகலை கணிப்பதற்கு சிக்கல் அடைந்திருந்தன. இதனால் வினாவின் இலகுத்தன்மை கீழேயுள்ள பெறுமானத்திற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது.

வினா இலக்கம் 10

10. ஒரு மீடறன் அட்டவணை சம அகலமுள்ள ஐந்து வகுப்பாயிடைகளை உடையது. மூன்றாம் வகுப்பாயிடையின் நடுப்புள்ளி 22.5 ஆகும். ஐந்தாம் வகுப்பாயிடையின் மேல் வகுப்பெல்லை 40 ஆகும். முதல் வகுப்பாயிடையிலிருந்து தொடங்கி வரிசையாக வகுப்பாயிடைகளின் மீடறன்கள் 7, 19, 27, 15, 2 ஆகும். பரம்பலின் ஆகாரத்தைக் கணிக்க.

வகுப்பாயிடையின் பருமன் = $2x$ என்க.



$$\therefore 5x = 40 - 22.5 \quad (5)$$

$$x = 3.5 \quad (5)$$

எனவே 3 ஆம் வகுப்பு ஆகார வகுப்பாயிடையாகும். ஆகார வகுப்பாயிடை (19 - 26) (5)

$$\therefore \text{ஆகாரம்} = 19 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) C, \text{ இங்கு } \Delta_1 = 27 - 19 = 8, \Delta_2 = 27 - 15 = 12, C = 7 \quad (5)$$

$$= 19 + \frac{8}{20} \times 7$$

$$= 21.8$$

(5)

25

10 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்

இந்த விண்ணப்பதாரிகளுள் குறைந்த சதவீதத்தினர் அதாவது 67% இனர் தெரிவு செய்யப்பட்டிருந்த வினாவாகும். அவ்வாறே இலகுத்தன்மை குறைந்த வினா இதுவாகும். இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை 6% இற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது. வினாவின் குறிக்கோளாக இருப்பது தரப்பட்ட தகவல்களை கொண்ட மீடறன் பரம்பலை அறிந்துகொண்டு அந்தப் பரம்பலின் ஆகாரத்தை கணிப்பதாகும். அந்தப் பரம்பலின் ஆகாரத்தைக் கணிப்பிடுவதற்கு பயன்படுத்தக் கூடிய சூத்திரத்தைத் தெரிந்து கொண்டு பரீட்சார்த்திகளினால் செய்ய வேண்டிய அந்த சூத்திரத்தில் அடங்கியுள்ள ஒவ்வொரு தொகுதியிலும் தரப்பட்ட தகவல்களைக் கருதி அறிந்து கொள்வதாகும். அதற்கேற்ப அந்த சூத்திரத்தில் அடங்கியுள்ள C யினால் வகைக்குறிக்கக் கூடிய தொகுதி அதாவது வகுப்பாயிடையின் அகலத்தை ஆரம்பத்தில் கண்டிருக்க வேண்டும். இறுதி விடையை சரியாக பெறக்கூடியதாக இருப்பது அதற்கு வழமையான தேவைப்பாடுகளை கொண்டிருந்த மாணவர்கள் மட்டுமேயாகும். இங்கு விடையை அண்மிக்கக் கூடிய வழிமுறைகளை சரியாக அறிந்துகொண்டிராமையினால் திருப்பதிகரமாக விடையை பெறுவதற்கு முடியாமை காரணமாக இருந்தது.

(10) இணைந்த கணிதம் பத்திரம் II - பகுதி B

வினா இலக்கம் 11

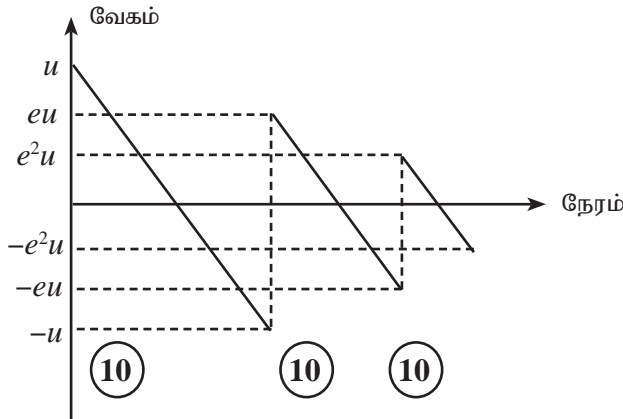
11.(a) ஒரு துணிக்கை ஒரு நிலைத்த விறைப்பான கிடை நிலத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தான மேல் நோக்கி எறியப்படுகின்றது. ஈர்ப்பின் கீழ் இயங்கிய பின்னர் அது நிலத்துடன் மோதுகின்றது. துணிக்கைக்கும் நிலத்துக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக்குணகம் e ($0 < e < 1$) ஆகும்.

- (i) மூன்றாம் மொத்தல் வரைக்கும் துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கான வேக-நேர வரைபின் பரும்படிப் படத்தை வரைக.
- (ii) மூன்றாம் மொத்தல் வரைக்கும் துணிக்கை எடுக்கும் நேரம் $\frac{2u}{g}(1 + e + e^2)$ எனக் காட்டுக.
- (iii) ஓய்வுக்கு வருவதற்கு துணிக்கை எடுக்கும் மொத்த நேரம் $\frac{2u}{g(1 - e)}$ என மேலும் காட்டுக.

(b) மொத்தத் திணிவு 300 மெட்ரிக் தொன் ஆகவுள்ள ஒரு புகையிரதம், அதன் எஞ்சினை நிற்பாட்டி விட்டு, கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{98}\right)$ சாய்வுள்ள ஒரு நேர்ப் புகையிரதப் பாதை வழியே கீழ்நோக்கி மாறாக் கதியுடன் இயங்குகின்றது. புகையிரத்தின், கீழ்முக இயக்கத்திற்கான உராய்வுத்தடையின் பருமன் மேன்முக இயக்கத்தின் போதும் அதே மாறாப் பெறுமானத்தில் இருக்குமெனின், புகையிரதத்தை 54 km h^{-1} என்னும் மாறாக் கதியில் அதே புகையிரதப் பாதை வழியே மேல்நோக்கி இழுத்துக்கொண்டு செல்லத் தேவையான வலு 900 kW எனக் காட்டுக.

புகையிரதம் ஒரு நேர்க் கிடைப்பாதையில் முன்னர் இருந்த அதே பருமனுள்ள ஒரு தடையுடன் 18 kmh^{-1} என்னும் கதியில் செல்லும்போது எஞ்சின் இவ்வலுவில் தொழிற்படுகின்றதெனக் கொண்டு புகையிரதத்தின் ஆர்முடுகலைக் காண்க. [ஈர்ப்பிலான ஆர்முடுகலை $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ எனக் கொள்க.]

(a) (i)



(ii) முதலாம் மொத்தல் வரையுமான நேரம் T_1 என்க.

$$T_1/2 = u/g \Rightarrow T_1 = 2u/g \quad (5)$$

முதலாம் மொத்தலில் இருந்து இரண்டாம் மொத்தல் வரையுமான நேரம் T_2 என்க.

$$T_2 = 2eu/g \quad (5)$$

இரண்டாம் மொத்தலில் இருந்து மூன்றாம் மொத்தல் வரையுமான நேரம் T_3 என்க.

$$T_3 = 2e^2u/g \quad (5)$$

$$\text{மூன்றாம் மொத்தல் வரையுமான மொத்த நேரம்} = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{2u}{g}(1 + e + e^2) \quad (5)$$

(iii) ஓய்விற்கு வருவதற்கு துணிக்கை எடுக்கும் மொத்த நேரம்

$$= T_1 + T_2 + T_3 + \dots \quad (5)$$

$$= \frac{2u}{g}(1 + e + e^2 + e^3 + \dots) \quad (5)$$

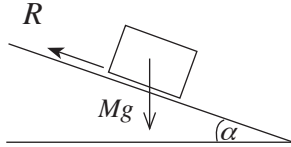
$$= \frac{2u}{g} \sum_{r=0}^{\infty} e^r$$

$$= \frac{2u}{g} \frac{1}{(1-e)} \quad (5)$$

$$= \frac{2u}{g(1-e)} \quad (5)$$

70

(b) புகையிரதத்தின் மொத்தத் திணிவு $M = 300,000 \text{ kg}$



$$\sin \alpha = \frac{1}{98}$$

(5)

புகையிரதம் மாறாக் கதியுடன் கீழ்நோக்கி இயங்கும்போது

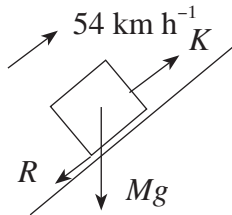
$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$Mg \sin \alpha - R = 0 \quad (10)$$

$$300,000 \times 9.8 \times \frac{1}{98} - R = 0$$

$$R = 300,000 \text{ N} \quad (5)$$

மேல்நோக்கி இயங்கும்போது



$$V = 54 \text{ km h}^{-1} = \frac{54 \times 1000}{60 \times 60}$$

$$V = 15 \text{ ms}^{-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$K - R - Mg \sin \alpha = 0 \quad (10)$$

$$P = FV \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$\text{එවය, } P = (R + Mg \sin \alpha) V$$

$$= (30,000 + 30,000) \times 15 = 900,000$$

$$= 900\text{KW}$$

(5)

40

வேகம்

$$V = 18 \text{ km h}^{-1} = \frac{18\,000}{60 \times 60} \text{ ms}^{-1}$$

(5)

$$= 5 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{உருற்றும் விசை} = \frac{P}{V}$$

$$= \frac{900\,000}{5} \text{ N}$$

(10)

$$= 180,000 \text{ N}$$

(5)

→ **F = ma** இனைப் பிரயோகிக்க.

$$180,000 - 30,000 = 300,000 \times a; \text{ இங்கு } a \text{ என்பது ஆர்முடுகல்}$$

(10)

$$\text{ஆர்முடுகல்} = \frac{150\,000}{300\,000}$$

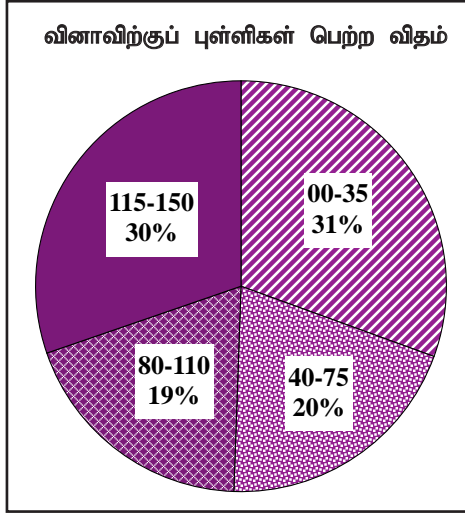
(5)

$$a = \frac{1}{2} \text{ ms}^{-2}$$

(5)

40

11 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 96% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

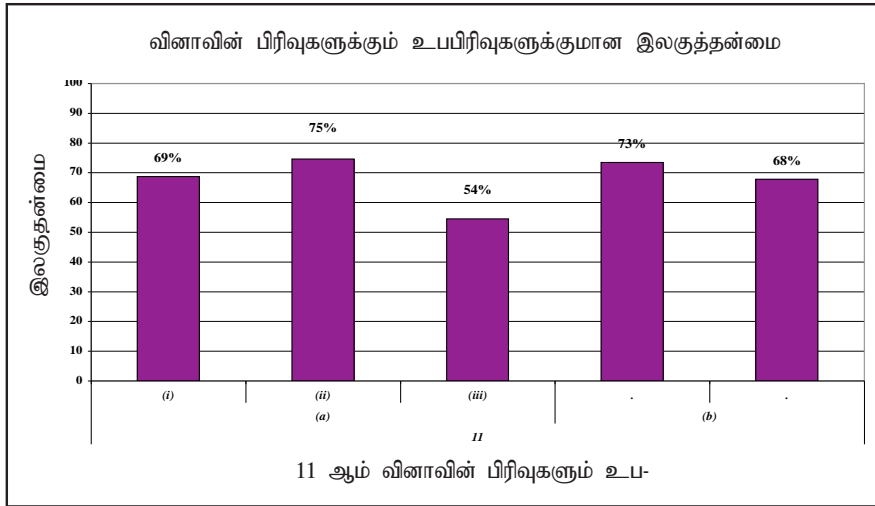
00 - 35 புள்ளி ஆயிடைமில் 31%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடைமில் 20%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடைமில் 19%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடைமில் 30%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



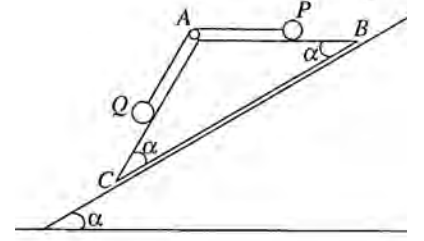
இந்த வினா பகுதி மற்றும் உபபகுதிகள் ஐந்தைக் கொண்டிருந்தது. அவற்றுள் (a) (ii) என்ற உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை உச்சமாக அமைந்ததோடு (a) (iii) என்ற உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை குறைவாகும். அந்த உபபகுதிகளின் இலகுத்தன்மை முறையே 75% உம் 69% உம் ஆகும்.

இந்த வினாவின் (a) மற்றும் (b) என்பன ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீன பகுதிகள் இரண்டைக் கொண்டமைந்தன. பகுதி (a) யானது ஈர்ப்பின் கீழ் நிலைக்குத்து இயக்கம் மற்றும் எளிய மொத்தலைக் கொண்டதும் பகுதி (b) யானது வேலையும் வலுவையும் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்டிருந்தது. பகுதி (a) யினது இலகுத்தன்மை 66% ஆவதோடு பகுதி (b) யின் இலகுத்தன்மை 71% உம் ஆகும்.

உபபகுதி (a) (i) இற்காக சில பரீட்சார்த்திகள் வேக நேரத்தை வரைபில் சரியாகக் கீறி இருப்பினும் ஒவ்வொரு மொத்தல் பகுதியின் ஆரம்ப மற்றும் இறுதி வேகங்களை வரைபில் குறித்துக் காட்டி இருக்கவில்லை. அதிகமான பரீட்சார்த்திகள் மூன்றாவது மொத்தல் வரை துணிக்கை எடுக்கும் காலத்தை சரியாகப் பெற்றிருத்தல் அந்தப் பகுதியினது இலகுத்தன்மை உயர்வாக இருப்பதோடு பகுதி (iii) இற்கான விடையை பெற்றுக்கொள்ளும் போது அதன் மீளமைப்புக் குணகம் உள்ள பெருக்கல் தொடர் என அறிந்து கொண்டிருக்காமையினால் விடையை இலகுவாகவும் சரியாகவும் பெறாமலுக்குக் காரணமாக அமைந்திருந்தது.

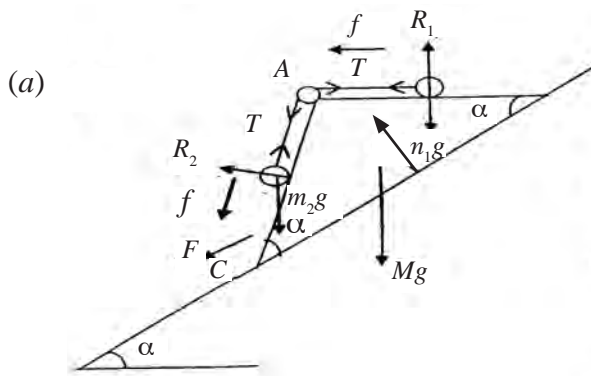
(b) யின் ஆரம்ப உபபகுதியினது வேகத்தினது அலகின் பரிமாற்றத்தை கருதாது கைவிட்டிருந்தமை வினாவிற்குரிய முழுப் புள்ளியையும் பெறாமலுக்குக் காரணமாக அமைந்திருந்தது, புவியீர்ப்பிலான ஆர்முடுகலுக்காக வினாவின் கீழ் தரப்பட்டுள்ள $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ இற்காக $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ இணைப் பயன்படுத்தியமையினால் சரியான விடையைப் பெறுவதற்கு காரணமாக அமைந்திருந்தது. இரண்டாவது உபபகுதியிலே வேகத்தின் அலகு மாற்றத்தைக் கருதாது தவறுவிடப்பட்டிருந்தமையால் சரியான விடை வரை பெறுவதற்கு பாதகமாக அமைந்திருந்தது.

12. (a) முக்கோணி ABC என்பது திணிவு M ஐ உடைய ஒரு சீரான ஒப்பமான ஆப்பின் ஈர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ள ஒரு நிலைக்குத்துக் குறுக்கு வெட்டாகும். AC , BC ஆகிய கோடுகள் உரிய முகங்களின் ஆகவும் பெரிய சரிவுக்கோடுகளாக இருக்கும் அதேவேளை BA , AC ஆகிய கோடுகள் BC உடன் α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$) என்னும் சம கோணங்களை ஆக்குகின்றன. உருவில் காணப்படுகின்றவாறு கிடையுடன் சாய்வு α ஐக் கொண்ட ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான தளத்தின் மீது BC ஐக் கொண்ட முகம் இருக்க AB கிடையாக ஆப்பு வைக்கப்பட்டுள்ளது. முறையே m_1 , m_2 எனும் திணிவுகளை உடைய P , Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் AB , AC ஆகியவற்றின் மீது வைக்கப்பட்ட உச்சி A யில் உள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்கின்ற ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இழை இறுக்கமாக இருக்கத்தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. ஆப்பு தொடர்பாக ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகளையும் ஆப்பின் ஆர்முடுகளையும் துணிவதற்குத் துணிக்கை P யிற்கு BA வழியேயும் துணிக்கை Q இற்கு AC வழியேயும் முழுத்தொகுதிக்கும் BC வழியேயும் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக. $m_1 = m_2$ எனின், ஆப்புத் தொடர்பாக ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகல் பூச்சியம் எனவும் ஆப்பின் ஆர்முடுகளின் பருமன் $g \sin \alpha$ எனவும் காட்டுக.



- (b) திணிவு M ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது ஆரை a யையும் மையம் O வையும் உடைய ஒரு நிலைத்த கோளத்தின் ஒப்பமான புறப்பரப்பின் அதியுயர்ந்த புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கிடையாக வேகம் u உடன் இயங்குகின்ற திணிவு $2m$ ஐ வேறொரு துணிக்கை Q ஆனது P உடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. P இற்கும் Q இற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். மொத்தலுக்குச் சற்றுப் பின்னர் உள்ள P யின் வேகத்தைக் காண்க. ஆரை OP ஆனது கோணம் θ வினாடாகத் திரும்பும் போது துணிக்கை P , இன்னும் கோளத்துடன் தொடுகையில் இருக்கின்றதெனக் கொண்டு கோளத்திலிருந்து துணிக்கை P மீதுள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமன் $\frac{m}{a} [ga(3 \cos \theta - 2) - u^2]$ எனக் காட்டுக.

அத்துடன் $u = \sqrt{ga}$ எனின், Q உடனான மோதுகைக்குச் சற்றுப் பின்னர் துணிக்கை P ஆனது கோளத்தின் பரப்பிலிருந்து விலகுகின்றதெனக் காட்டுக.



விசைகளிற்கு (10)

$$\text{acc}(W, E) = \begin{array}{c} \alpha \\ \swarrow \\ F \end{array}$$

$$\text{acc}(P, W) = f \leftarrow$$

$$\text{acc}(Q, W) = \begin{array}{c} 2\alpha \\ \swarrow \\ f \end{array}$$

$$\text{acc}(P, E) = f \leftarrow \begin{array}{c} \alpha \\ \swarrow \\ F \end{array}$$

$$\text{acc}(Q, E) = \begin{array}{c} \alpha \\ \swarrow \\ F \end{array} \begin{array}{c} \alpha \\ \downarrow \\ f \end{array}$$

(10)

$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ இனைப் பிரயோகிக்க.

$$P \quad \leftarrow \quad T = m_1(f + F \cos \alpha) \dots\dots\dots (1) \quad (10)$$

$$Q \quad \begin{array}{c} 2\alpha \\ \swarrow \end{array} \quad m_2 g \sin 2\alpha - T = m_2(f + F \cos \alpha) \dots\dots\dots (2) \quad (10)$$

தொகுதிக்கு $\begin{array}{c} \alpha \\ \swarrow \end{array}$

$$(M + m_1 + m_2) g \sin \alpha = MF + m_1(f \cos \alpha + F) + m_2(f \cos \alpha + F) \dots\dots\dots (3) \quad (10)$$

50

$$m_1 = m_2$$

$$(1) + (2) \longrightarrow m_1 g \sin 2\alpha = m_1 2(f + F \cos \alpha) \dots\dots\dots (4) \quad (5)$$

$$f + F \cos \alpha = g \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(3) \Rightarrow (M + 2m_1) g \sin \alpha = MF + 2m_1(F + f \cos \alpha)$$

$$= (M + 2m_1) F + 2m_1 f \cos \alpha \quad (5)$$

$$g \sin \alpha = F + \frac{2m_1}{M + 2m_1} f \cos \alpha \dots\dots\dots (5) \quad (5)$$

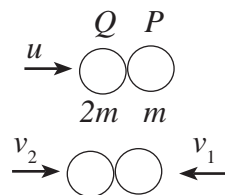
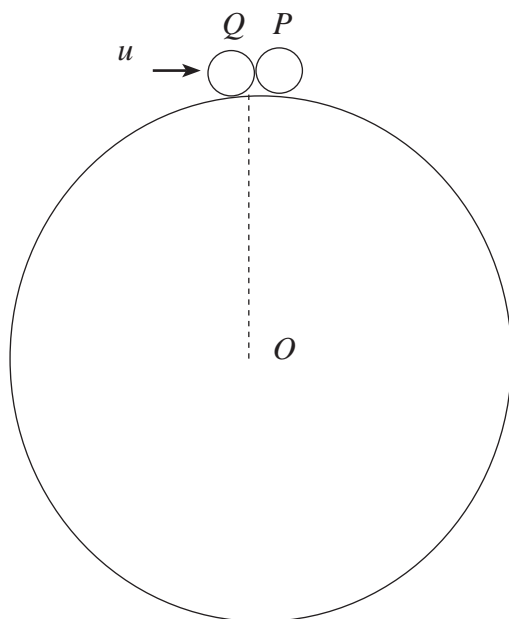
$$(4) + (5) \cos \alpha \Rightarrow f = \frac{2m_1}{M + 2m_1} f \cos^2 \alpha \quad (5)$$

$$Mf + 2m_1 \sin^2 \alpha f = 0 \Rightarrow f = 0 \quad (5)$$

$$\therefore (5), \Rightarrow F = g \sin \alpha$$

25

(b)



$I = \Delta(mv) \longrightarrow$ இற்குப் பிரயோகிக்க

$$0 = 2m_2 + mv - 2mu \quad (10)$$

$$2v_2 + v_1 = 2u \quad \dots\dots\dots (1)$$

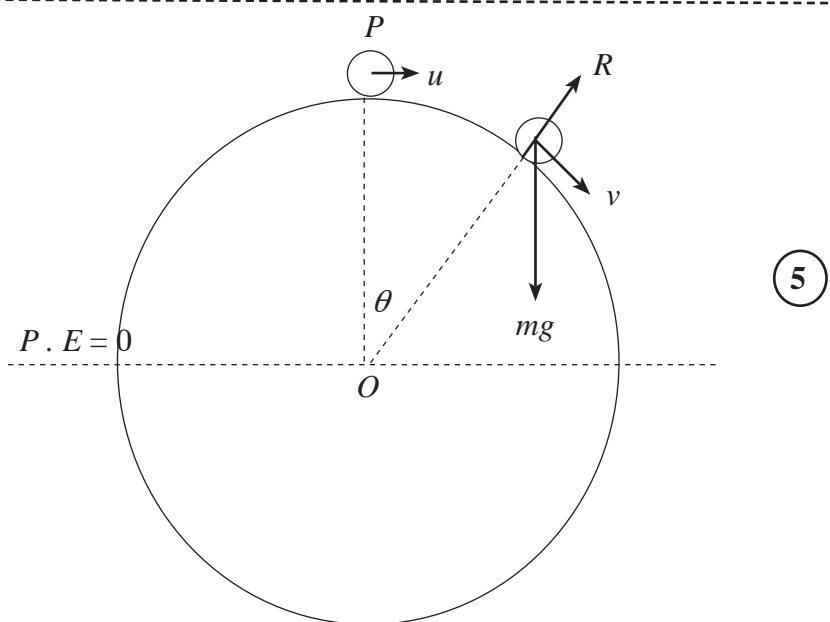
நியூட்டனின் மீள்தன்மைக்கான பரிசோதனை விதிப்படி

$$v_1 - v_2 = \frac{1}{2} u \quad (10)$$

$$2v_1 - 2v_2 = u \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow v_1 = u \quad (5)$$


25



சக்திக் காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 + mga \quad (15)$$

$$V^2 = u^2 + 2ga(1 - \cos\theta)$$

 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ யெடிமென்,

$$R - mg \cos \theta = -\frac{mv^2}{a} \quad (10)$$

$$R = mg \cos \theta - \frac{m}{a} [u^2 + 2ga(1 - \cos \theta)] \quad (5)$$

$$= \frac{m}{a} [ga \cos \theta - u^2 - 2ga(1 - \cos \theta)]$$

$$= \frac{m}{a} [3ga \cos \theta - 2ga - u^2] \quad (5)$$

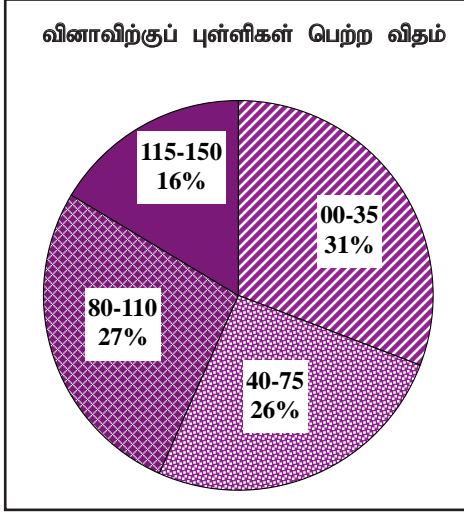
$$= \frac{m}{a} [ga (3 \cos \theta - 2) - u^2]$$

$$u = \sqrt{ga} \text{ and } \theta = 0 \Rightarrow R = 0 \quad (5)$$

\therefore மோதுகைக்கு சற்று பின் P ஆனது கோளத்தின் பரப்பில் இருந்து விலகும் 5

50

12 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 93% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

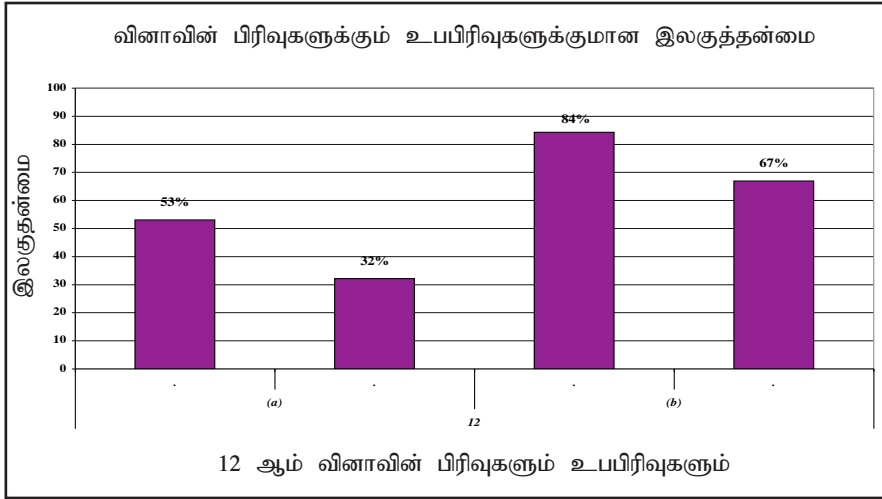
00 - 35 புள்ளி ஆயிடையில் 31%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடையில் 26%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடையில் 27%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடையில் 16%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



பகுதிகள் (a), (b) என்ற இரு பகுதியின் கீழே உபபகுதிகள் நான்கைக் கொண்டுள்ள இந்த வினாவிலே அதிகளவிலான இலகுத்தன்மையை கொண்டிருப்பது முதல் பகுதியாவதோடு மிகக் குறைந்த இலகுத்தன்மை காணப்படுவது பகுதி (a) யின் இரண்டாவது பகுதிக்காகும். அந்தப் பகுதிகளின் இலகுத்தன்மைகள் முறையே 84%, 32% ஆகும். இந்த வினாவினது மொத்த இலகுத்தன்மை 59% ஆகும்.

இந்த வினா ஒன்றுக்கொன்று சுயாதீனமாக (a), (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டிருப்பதுடன் பகுதி (a) இன் கீழேயுள்ள உபபிரிவுகள் இரண்டினதும் இலகுத்தன்மை பகுதி (b) யின் கீழேயுள்ள இரண்டு உபபகுதிகளினதும் இலகுத்தன்மையை விட மிகக் குறைவானது. பகுதிகள் (a), (b) ஆகியவற்றின் நிறையிடல்கள் சமனாக இருக்குமாறு இரு பகுதிகளுக்கும் 75 புள்ளிகள் படி வழங்கப்பட்டிருந்தது எனினும் பகுதி (a) யின் இலகுத்தன்மை 46% ஆவதோடு பகுதி (b) யின் இலகுத்தன்மை 73% ஆகும்.

பகுதி (a) யில் தரப்பட்டுள்ள வரிப்படத்திலே விசைகளைக் குறிக்கும் போது செங்குத்து விளையுள் விசைகளைக் குறிக்காமையினால் வரிப்படத்துக்குரிய 10 புள்ளிகளைப் பெற முடியாது போய் இருந்தது. வினாவில் தரப்பட்டுள்ள திசைகளுக்கு இயக்க சமன்பாடுகளை சரியாகப் பெற்றுக்கொள்ளாமையினால் சரியான விடை வரை அண்மிப்பதற்கு அதிகமானோருக்கு முடியாது போய் இருந்தது. விடையின் இரண்டாவது பகுதிக்கு சமன்பாடுகளில் முதலில் பிரதியிடாத காரணத்தினால் சரியாக விடையைப் பெறமுடியாது போய் இருந்தது, வினாவின் இரண்டாவது பகுதிக்கு விடையளிப்பதற்காக $m_1 = m_2$ என்பதனால் (1), (2), (3) ஆகிய சமன்பாடுகளில் முதலில் பிரதியிடாத காரணத்தினால் சரியான விடையைப் பெறமுடியாது போய் இருந்தது.

பகுதி (b) யில் அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் வினாவின் முதல் பகுதிக்குத் திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். விளையுளின் பருமனைக் கண்ட பின்னர் $u = \sqrt{ga}$ எனின், Q உடன் மோதும் சந்தர்ப்பத்தின் பின்னர் துணிக்கை P யினது கோளத்தின் மேற்பரப்பை விட்டு விலகும் சந்தர்ப்பத்திலே $u = \sqrt{ga}$ எனக் காட்டியிருந்த காரணத்தினால் புள்ளிகளைப் பெற முடியாது இருந்தது. கேட்கப்பட்ட வினாவின் அவசியத்துக்கேற்ப விடைகளை வழங்குவதற்கு பரீட்சார்த்திகளை வழிப்படுத்த வேண்டும்.

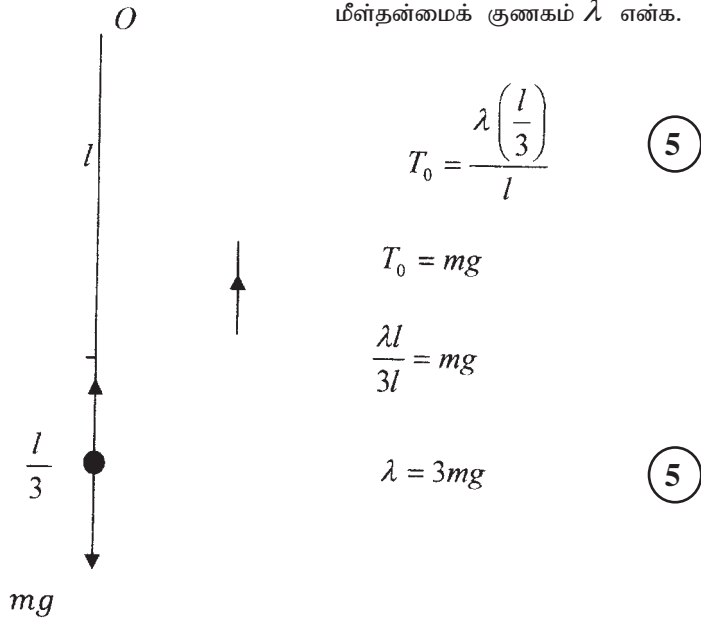
13. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை இயற்கை நீளம் l ஐ உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனியுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதேவேளை இழையின் மற்றைய நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி O உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை நாப்பத்தில் தொங்கும் போது இழையின் நீட்சி $\frac{l}{3}$ ஆகும். இழையின் மீள்தன்மை மட்டைக் காண்க. துணிக்கை O விற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே தூரம் $\frac{l}{2}$ இல் உள்ள புள்ளியில் வைக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை O இற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே தூரம் l இல் உள்ள புள்ளி A யை முதல் தடவை அடையும் போது அதன் வேகத்தைக் காண்க.

B என்பது துணிக்கை அடையும் மிகவும் தாழ்ந்த புள்ளி எனக் கொள்வோம். A யிலிருந்து B யிற்கான துணிக்கையின் இயக்கத்திற்கு இழையின் நீட்சி x ஆனது சமன்பாடு $\ddot{x} + \frac{3g}{l} \left(x - \frac{1}{3}\right) = 0$ ஐத் திருப்தியாக்குமெனக் காட்டுக.

மேற்குறித்த சமன்பாட்டின் தீர்வின் வடிவம் $x = \frac{l}{3} + \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ எனக்கொண்டு α, β, ω ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க. துணிக்கை

இதிலிருந்து A தொடக்கம் B வரைக்கும் துணிக்கை ஆற்றிய எளிய இசை இயக்கத்தின் மையத்தையும் வீச்சத்தையும் காண்க.

துணிக்கை விடுவிக்கப்படும் கணத்திலிருந்து நேரம் $\sqrt{\frac{l}{g}} \left\{ 1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \right\}$ இற்குப் பின்னர் புள்ளி B யை அடைகின்றதெனக் காட்டுக.



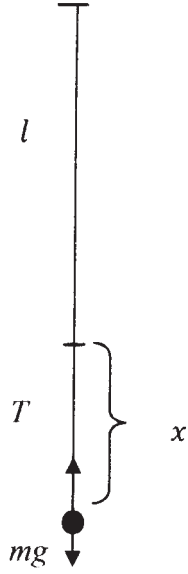
$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$v^2 = 2g \left(\frac{l}{2}\right)$$

$$v = \sqrt{gl}$$

(5)

05



$$T = \frac{\lambda x}{l} = \frac{3mgx}{l} \quad (5)$$

$$F = ma \downarrow \quad mg - T = m\ddot{x} \quad (10)$$

$$mg - \frac{3mgx}{l} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{3g(x - \frac{l}{3})}{l} = 0 ; \quad x \geq 0 \quad (5)$$

20

$$x = \frac{l}{3} + \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$$

$$x = 0 \quad t = 0; \text{ ஆகும்போது} \quad (5)$$

$$0 = \frac{l}{3} + \alpha \Rightarrow \alpha = -\frac{l}{3} \quad (5)$$

$$\dot{x} = -\alpha \omega \sin \omega t + \beta \omega \cos \omega t \quad (5)$$

$$t = 0; \text{ ஆகும்போது} \quad \dot{x} = \sqrt{gl} \quad \text{ஆகும்}$$

$$\sqrt{gl} = \beta \omega \quad (5)$$

$$\ddot{x} = -\alpha \omega^2 \cos \omega t - \beta \omega^2 \sin \omega t \quad (5)$$

$$\frac{-3g(x - \frac{l}{3})}{l} = -\alpha \omega^2 \cos \omega t - \beta \omega^2 \sin \omega t \quad (5)$$

$$\frac{-3g}{l} (\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t) = -\omega^2 (\alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t) \quad (5)$$

$$\therefore \omega^2 = \frac{3g}{l}$$

$$\text{ஆகவே} = \sqrt{\frac{3g}{l}} \quad \text{உம்} \quad \beta = \sqrt{gl} \sqrt{\frac{l}{3g}} = \frac{l}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

(5)

45

$$x = \frac{l}{3} + \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t \text{ என்பதனால்}$$

$$x - \frac{l}{3} = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t \quad (5)$$

$$x - \frac{l}{3} = 0 \text{ ஆக அலைவு மையம் பெறப்படும்} \quad (5)$$

$$\therefore x = \frac{l}{3}$$

எனவே அலைவு மையம் C யிற்குக் கீழ் A இலிருந்து $\frac{l}{3}$ ஆழத்தில் இருக்கும்.

10

$$\text{வீச்சம்} = BC$$

$$t = t_1 \text{ இல் } x = 0 \text{ இற்கான தீர்ப்பின் } -\alpha \omega \sin \omega t_1 + \beta \omega \cos \omega t_1 = 0 \quad (5)$$

$$(5)$$

$$\Rightarrow \frac{l}{3} \sin \omega t_1 = -\frac{l}{\sqrt{3}} \cos \omega t_1$$

$$\tan \omega t_1 = -\sqrt{3}$$

$$\omega t_1 = \frac{2\pi}{3} \quad (5)$$

$$t = t_1 \text{ ஆக } x \text{ காணல்}$$

$$x = \frac{l}{3} - \frac{l}{3} \cos \omega t_1 + \frac{l}{\sqrt{3}} \sin \omega t_1 \quad (5)$$

$$= \frac{l}{3} - \frac{l}{3} \cos \frac{2\pi}{3} + \frac{l}{\sqrt{3}} \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$= \frac{l}{3} + \frac{l}{6} + \frac{l}{2}$$

$$= l \quad (5)$$

$$\therefore BC = l - \frac{l}{3} = \frac{2l}{3} \quad (5)$$

30

முதலில் A ஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் நேரம் t_0 என்க.

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2 \quad \downarrow \text{ ஐப் பிரயோகிக்க.}$$

$$u = 0, a = g, s = \frac{l}{2}, t = t_0$$

$$\frac{l}{2} = \frac{1}{2} gt_0^2 \quad (5)$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (5)$$

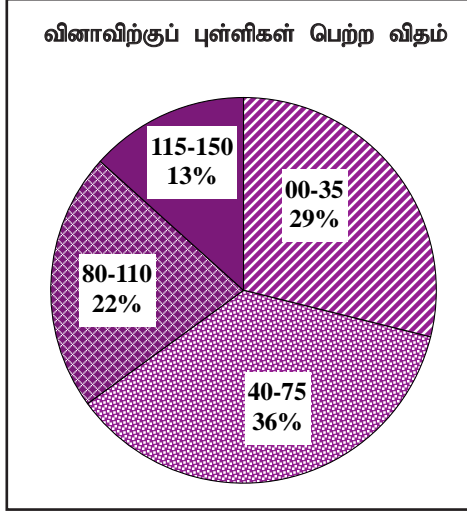
$$\begin{aligned}
 B \text{ ஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரம்} &= \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{2\pi}{3\omega} \text{ (5)} \\
 &= \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{l}{3g}} \\
 &= \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right) \text{ (5)}
 \end{aligned}$$

20

$$\begin{aligned}
 \text{துணிக்கை } B \text{ யில் இருக்கும்போது} & \\
 \text{இழுவை} &= \frac{3mg}{l} (AB) \text{ (5)} \\
 &= \frac{3mg}{l} (l) \\
 &= 3mg \text{ (5)}
 \end{aligned}$$

10

13 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 82% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர்.

இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

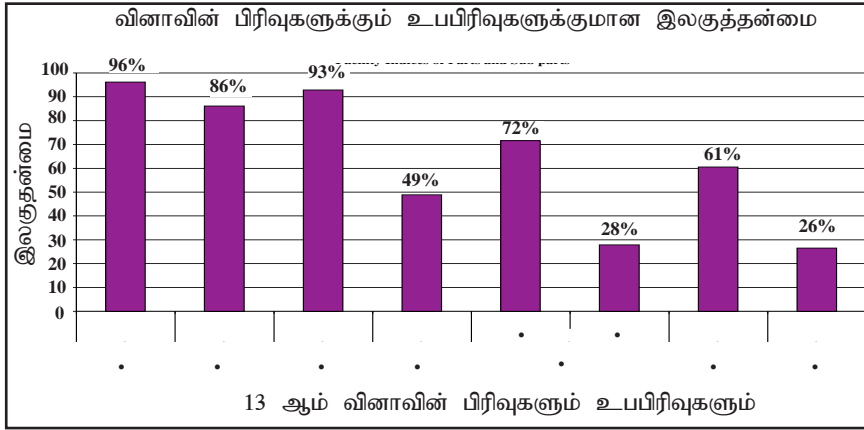
00 - 35 புள்ளி ஆயிடையில் 29%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடையில் 36%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடையில் 22%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடையில் 13%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினா எட்டு பகுதிகளைக் கொண்டிருக்கிறது. அந்தப் பகுதிகளுள் ஆரம்பப் பகுதிகளின் இலகுத்தன்மை உயர்வாக இருப்பதுடன் இறுதிப் பகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவாகும். அந்த இரு பகுதிகளினதும் இலகுத்தன்மைகள் முறையே 96% மற்றும் 26% ஆகும். முதல் மூன்று பகுதிகளினதும் இலகுத்தன்மை உயர்ந்த பெறுமானத்தை எடுத்தல் இங்கு தெளிவாகக் தெரிகிறது. வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 57% ஆகும்.

மொத்த விடையை நோக்காகக் கொண்டு கட்டமைப்பு முறையில் முன்வைக்கப்பட்டுள்ள இந்த வினாவின் முதல் மூன்று பகுதிகளுக்காகவும் அதாவது இந்த எளிய இசை இயக்கத்தின் மையத்தின் சமன்பாட்டைப் பெறும் வரை

திருப்திகரமாக விடையை எழுதி இருந்தனர். α , β , ω என்ற மாறிகளைக் காணும் போது ω பெறுமானத்தை

இயக்க சமன்பாட்டின் எடுகோளாக எடுத்த காரணத்தினால் $x = \frac{l}{3} + \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ என்ற சமன்பாட்டில்

இருமுறை t இனை வகையிடாமையினால் அந்தப் பகுதிக்குரிய முழுப் புள்ளிகளையும் பெறமுடியாது இருந்தது.

“இதிலிருந்து” இயக்கத்தைக் காணும் பகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருக்கவில்லை. துணிக்கை B யினை அடைவற்காக எடுத்த முழுக் காலத்தைக் காண்பதை திருப்திகரமாக செய்திருப்பினும் துணிக்கை B யில் இருக்கும் போது இழையின் இழுவையை சரியாகக் கண்டிருக்கவில்லை. அநேக பரீட்சார்த்திகளுக்கு வினாவின் மூலம் கேட்கப்படுபவற்றை தமது அவதானத்திற்கு கருத்திற் கொண்டு விடையளித்து இருப்பின் ஆறாம் மற்றும் எட்டாம் பகுதிகளில் அதனை விட உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெறுவதற்கு இடமிருந்தது.

வினா இலக்கம் 14

14.(a) $OABC$ ஒரு நாற்பக்கம் எனவும் D, E ஆகியன முறையே OB, AC என்னும் மூலைவிட்டங்களின் நடுப்புள்ளிகள் எனக் கொள்வோம். அத்துடன் BE யின் நடுப் புள்ளி F எனவும் கொள்வோம். O வைக் குறித்து A, B, C ஆகிய புள்ளிகளின் தானக் காவிகளை முறையே $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ என எடுப்பது மூலம் $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{4}(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})$ எனக் காட்டுக.

P, Q என்பன முறையே OA, BC என்னும் பக்கங்களின் நடுப் புள்ளிகளெனக் கொள்வோம்.

P, F, Q ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர் கோட்டிலுள்ளவெனக் காட்டி, விகிதம் $PF:FQ$ வைக் காண்க.

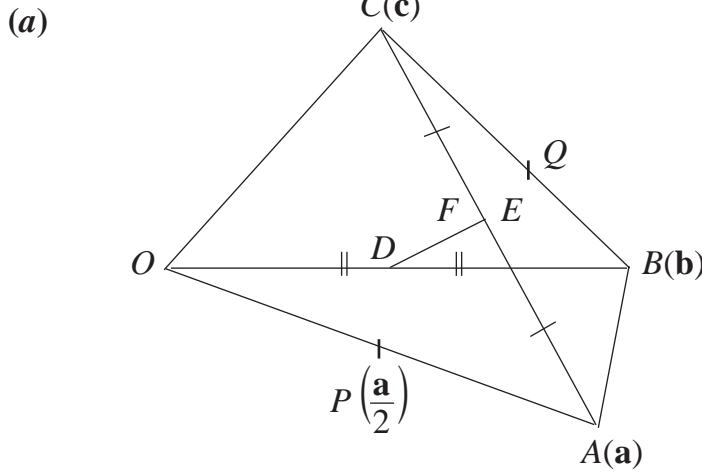
(b) $ABCD$ என்பது ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $2l$ ஆகவும் $BD = 2l$ ஆகவும் உள்ள ஒரு சாய்சதுரமெனக் கொள்வோம். சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் புள்ளி O இல் சந்திக்கின்றன. $2P, 6P, 4P, 8P, 6P$ நியூற்றன் பருமனுள்ள விசைகள் முறையே AB, BC, DC, DA, BD ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்துக்களின் ஒழுங்கு முறையினால் காட்டப்படும் திசைகளில் தாக்குகின்றன. $\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ ஆகியவற்றின் திசைகளில் விசைத் தொகுதியைத் துணித்து, விளையுள்ள தாக்கக் கோடானது BC யிற்குச் சமந்தரமெனக் காட்டுக.

அத்துடன் தொகுதியின் O பற்றிய திருப்பத்தைக் காண்க.

விளையுள்ள தாக்கக் கோடானது நீட்டப்பட்ட AB யைப் புள்ளி E யில் சந்திக்குமெனின்,

$BE = 2l$ எனக் காட்டுக.

இப்போது $\alpha P, \beta P, \gamma P, \alpha P$ நியூற்றன் பருமனுள்ள மேலதிக விசைகள் முறையே EB, CE, CA, DC ஆகியவற்றின் வழியே எழுத்துக்களின் ஒழுங்கு முறையினால் காட்டப்படும் திசைகளில் தொகுதிக்குப் புகுத்தப்படுகின்றன. முழுத்தொகுதியும் நாப்பத்தில் இருக்குமெனின் α, β, γ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களை காண்க.



$$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} = \left(\frac{\mathbf{b}}{2} \right) \quad (5)$$

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE} \quad (5)$$

$$= \mathbf{a} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

$$= \mathbf{a} + \frac{1}{2} (\mathbf{c} - \mathbf{a})$$

$$= \frac{\mathbf{a} + \mathbf{c}}{2} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{OF} &= \mathbf{OD} + \mathbf{DF} \\
&= \left(\frac{\mathbf{b}}{2}\right) + \frac{1}{2} \mathbf{DE} \quad (5) \\
&= \left(\frac{\mathbf{b}}{2}\right) + \frac{1}{2} (\mathbf{e} - \mathbf{d}) \\
&= \left(\frac{\mathbf{b}}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{a} + \mathbf{c}}{2} - \frac{\mathbf{b}}{2}\right) \\
&= \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}}{4} \quad (5)
\end{aligned}$$

25

$$\begin{aligned}
\mathbf{OQ} &= \mathbf{OB} + \frac{1}{2} \mathbf{BC} \quad (5) \\
&= \mathbf{b} + \frac{1}{2} (\mathbf{c} - \mathbf{b}) \\
&= \frac{1}{2} (\mathbf{b} + \mathbf{c}) \quad (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{PF} &= \mathbf{PO} + \mathbf{OF} \\
&= -\frac{\mathbf{a}}{2} + \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}}{4} \\
&= -\frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}}{4} \quad (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{FQ} &= \mathbf{FO} + \mathbf{OQ} \\
&= \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}}{4} + \frac{1}{2} (\mathbf{b} + \mathbf{c}) \\
&= -\frac{\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}}{4} \quad (5)
\end{aligned}$$

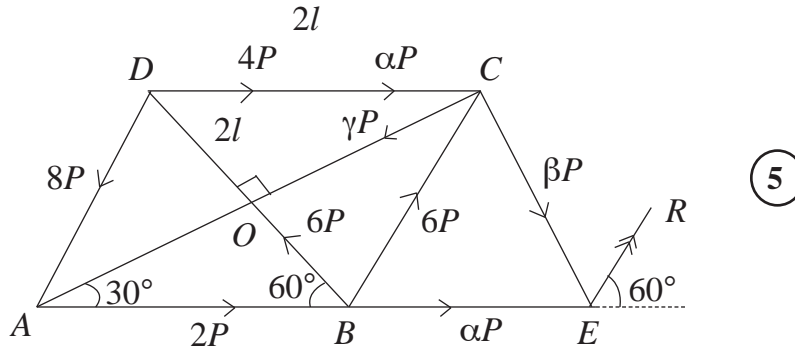
$$\mathbf{PF} = \mathbf{FQ} \quad (5)$$

$\Rightarrow P, F, Q$ ஆகியன ஒரே கோட்டில் (5)

அத்துடன் $PF : FQ = 1:1$ (5)

35

(b)


 $\vec{OC} :$

$$X = 2P \cos 30^\circ + 6P \cos 30^\circ + 4P \cos 30^\circ - 8P \cos 30^\circ$$

$$= 2P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} (1 - 3 + 2 + 4)$$

$$= 2\sqrt{3}P$$

 $\vec{OD} :$

$$Y = 6P - 2P \cos 60^\circ + 6P \cos 60^\circ - 4P \cos 60^\circ - 8P \cos 60^\circ$$

$$= 6P - 2P \cdot \frac{1}{2} (1 - 3 + 2 + 4)$$

$$= 6P - 4P$$

$$= 2P$$

$$Y = 2P \quad X = 2\sqrt{3}P \quad \tan \theta = \frac{Y}{X} = \frac{2P}{2\sqrt{3}P} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \theta = 30^\circ$$

\therefore வினையுள்ளனது BC இற்கு சமாந்தரமாகும்

35

O திருப்பத்தை எடுப்பின்

$$M_0 = 2P \cdot l \cos 30^\circ + 6P \cdot l \cos 30^\circ - 4Pl \cos 30^\circ + 8Pl \cos 30^\circ$$

$$= 2Pl \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + 3 - 2 + 4)$$

$$= 6\sqrt{3}Pl$$

10

$$R^2 = X^2 + Y^2 = (2\sqrt{3}P)^2 + (2P)^2$$

$$= 12P^2 + 4P^2$$

$$= 16P^2$$

(5)

$$R = 4P$$

O பற்றி திருப்பம் எடுப்பின்

$$6\sqrt{3}Pl = 4P(l \cos 30^\circ + x \cos 30^\circ), \text{ அதி } x = BE \text{ වේ.}$$

(5)

$$6\sqrt{3}Pl = 4P \frac{\sqrt{3}}{2} (l + x)$$

$$3l = l + x$$

$$x = 2l$$

(5)

15

சமநிலைக்கு

\vec{OC} நீளப்பக்கமாக

$$2\sqrt{3}P - \gamma P = 0$$

(5)

$$\gamma = 2\sqrt{3}$$

(5)

\vec{OD} நீளப்பக்கமாக

$$2P - \beta P = 0$$

(5)

$$\beta = 2$$

(5)

E திருப்பமெடுப்பின்

$$\alpha P 2l \cos 30^\circ - \gamma P 2l = 0$$

(5)

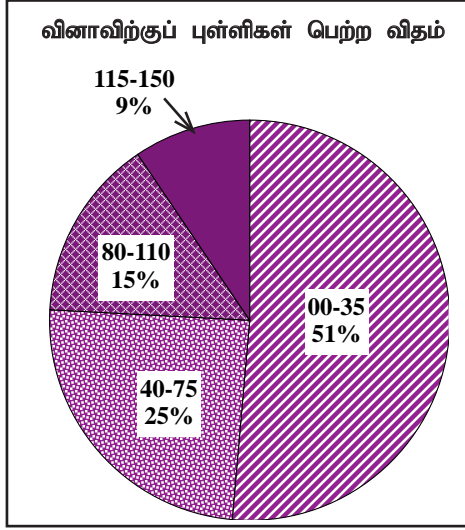
$$\alpha \sqrt{3} = \gamma \cdot 2$$

$$\alpha = 2 \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$$

(5)

30

14 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 67% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

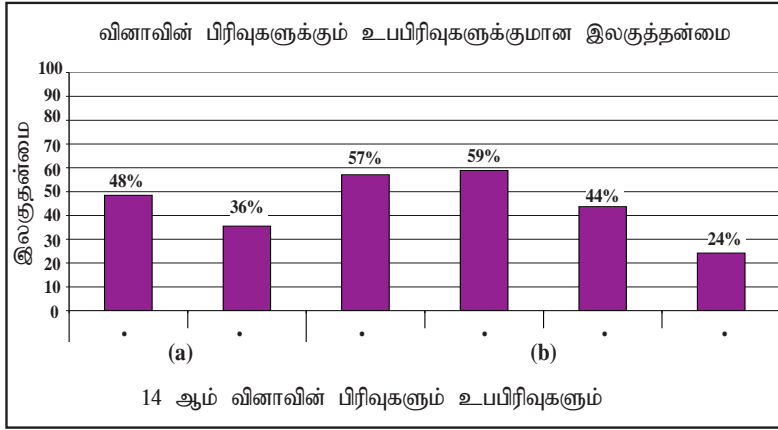
00 - 35 புள்ளி ஆயிடைமில் 51%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடைமில் 25%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடைமில் 15%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடைமில் 9%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினாவானது ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமான (a), (b) என்ற இருபகுதிகளை கொண்டுள்ளது. பகுதி (b) யின் முதல் இரு பகுதிகளைத் தவிர்க்கும் போது எஞ்சிய பகுதிகளின் இலகுத்தன்மை 50% இனை விட குறைவானது. (b) யின் இரண்டாவது உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை உயர்வாக இருப்பதுடன் அதன் இறுதி உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவாகும். அந்த இலகுத்தன்மைகள் முறையே 59% , 24% ஆகும். இந்த வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 43% ஆகும்.

இந்த வினாவானது ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமான (a), (b) என்ற இருபகுதிகளை கொண்டுள்ளது. பகுதி (a) ஆனது காவிகளின் கோவையிலும் பகுதி (b) ஆனது ஒரே தள விசைத் தொகுதிகளை சார்பாகக் கொண்டமை பகுதி (a) யின் கீழேயுள்ள இரு உப பகுதிகளினதும் இலகுத்தன்மை 50% இற்கு குறைவானது விகிதத் தேற்றத்தில் தற்போது நடைமுறைப் படுத்தப்படும் பாடத்திற்கு உகந்தது இல்லை.

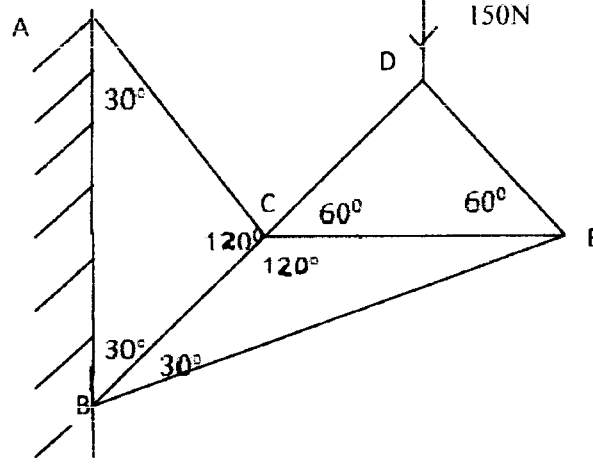
(a) \vec{F} என்ற புள்ளியில் அமைந்துள்ள காவியான \vec{OF} இனைக் காணும்போது விகித தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திய காரணத்தினால் அந்தப் பகுதிக்குரிய முழுப் புள்ளியையும் பெறுவதற்கு பெருமளவிலான பரீட்சார்த்திகளால் முடியவில்லை. காவிக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தும் போது காவிகளை வகைக்குறிப்பது வரை உள்ள கவனம் மிகவும் குறைவானது $\vec{PF} : \vec{FQ}$ என்ற விகிதத்தை காணும் போது காவிகளை வகுத்தல் அங்கு பயன்படுத்தப்படுவதனால் அந்தப் பகுதிக்கு புள்ளிகள் கிடைக்காது இருந்தது. அதற்காக காவியில் காவிப்பருமனால் வகுக்க வேண்டும்.

(b) வினாவில் குறிப்பிடப்பட்டிருந்த திசையிலே விசை விளையுள்ள குறிக்காத காரணத்தினால் சில பரீட்சார்த்திகளுக்கு புள்ளிகளைப் பெறமுடியாது போனது α, β, γ இற்காக சரியான பெறுமானத்தைப் பெற்று இருந்த பரீட்சார்த்திகள் சிறிய அளவினர் மட்டுமேயாகும். இதனால் இறுதி உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகவும் குறைந்த பெறுமானத்திற்கு வரையறுக்கப்பட்டிருந்தது.

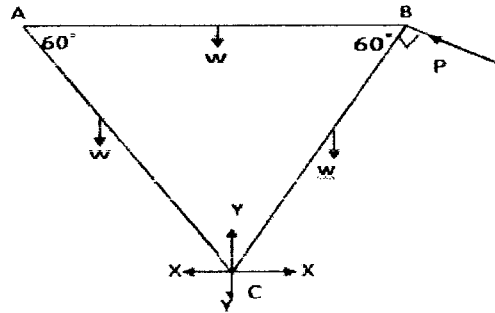
15. (a) ஒவ்வொன்றினதும் நீளம் $2a$ ஆகவும் நிறை w ஆகவும் உள்ள AB, BC, CA என்னும் மூன்று சீரான கோல்கள் ஒரு சமபக்க முக்கோணி ABC யை ஆக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. முக்கோணி ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சுயாதீனமாகச் சுழலத்தக்கவாறு உச்சி A ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப் பட்டுள்ளது. முக்கோணியின் தளத்தில் B யில் BC யிற்குச் செங்குத்தாக முக்கோணிக்கு பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு விசை P யினால் முக்கோணி AB கிடையாகவும் C ஆனது AB யிற்கு கீழேயும் இருக்குமாறு தாங்கப்படுகிறது. P யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

அத்துடன் C யில் AC யினால் BC மீது உருற்றப்படும் விசையின் கிடைக் கூறையும் நிலைக்குத்து கூறையும் காண்க.

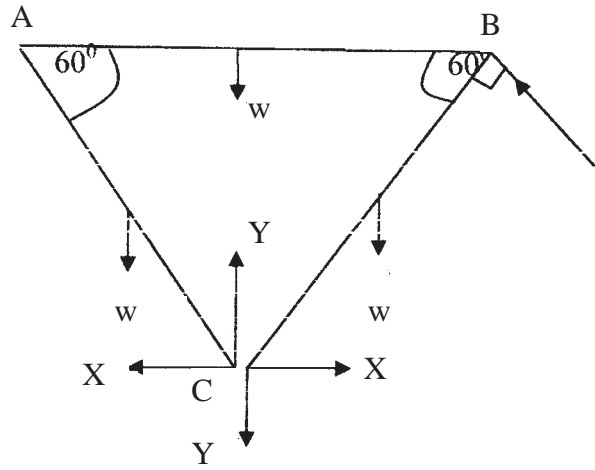
- (b) அருகில் உள்ள ஒரு முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட ஆறு இலோசான கோல்களாலான ஒரு சட்டப்படலை வகை குறிக்கின்றது. அது ஒரு நிலைக்குத்துச் சுவருடன் A யிலும் B யிலும் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை D யில் ஒரு $150N$ சுமையைக் காட்டுகிறது. போவின் குறிப்பிட்டப் பயன்படுத்தி ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து, அதிலிருந்து கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளை அவை இழுவைகளா, உதைப்புகளாவெனக் காட்டித் துணிக.



(a)



(a)



தொகுதிக்கு A பற்றி திருப்பம் எடுப்பின்

$$W(a \cos 60^\circ + a + (2a - a \cos 60^\circ)) = P \cdot 2a \cos 60^\circ \quad (15)$$

$$W \left(\frac{a}{2} + a + 2a - \frac{a}{2} \right) = 2a \cdot \frac{1}{2} P \quad (10)$$

$$P = 3W \quad (5)$$

30

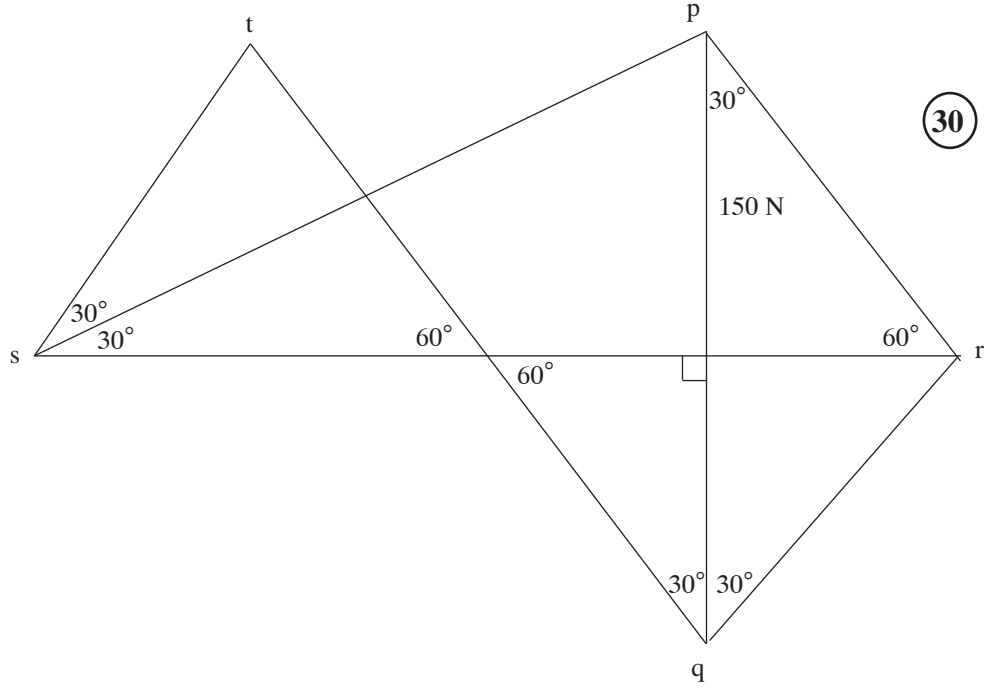
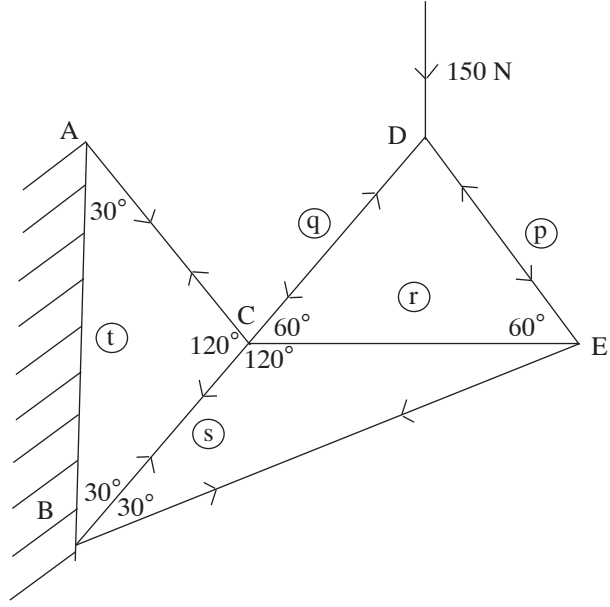
$$A \quad Y a - X a \sqrt{3} = W \cdot \frac{a}{2} \quad (10)$$

$$B \quad Y a + X a \sqrt{3} = -W \cdot \frac{a}{2} \quad (10)$$

$$\Rightarrow Y = 0 \quad (5)$$

$$\therefore X = -\frac{W}{2\sqrt{3}} \quad (5)$$

30

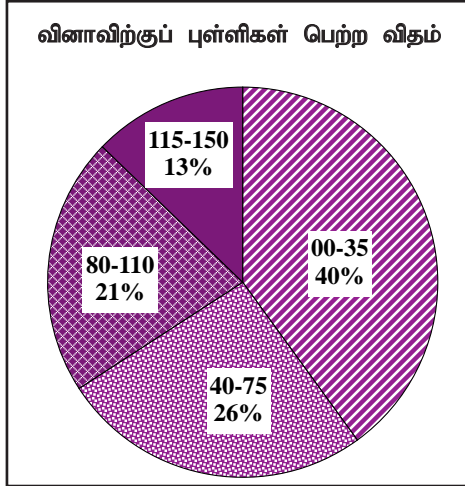


(30)

கோல்	உதைப்பு	இழுவை	பெறுமானம்
AC	–	✓	$100\sqrt{3}$ N
CD	✓	–	$50\sqrt{3}$ N
DE	✓	–	$50\sqrt{3}$ N
CE	–	✓	$100\sqrt{3}$ N
BC	–	✓	$50\sqrt{3}$ N
BE	✓	–	$150\sqrt{3}$ N

(60)

15 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 82% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

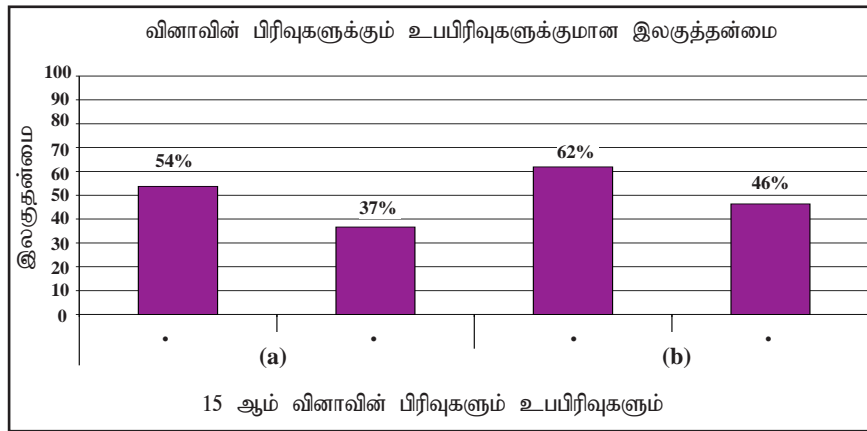
00 - 35 புள்ளி ஆயிடையில் 40%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடையில் 26%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடையில் 21%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடையில் 13%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினாவானது ஒன்றிற்கொன்று சுயமான (a), (b) என்ற பிரதான இரு பகுதிகளின் கீழே நான்கு உபபகுதிகளையும் கொண்டது. அவற்றுள் முதல் உபபகுதியினது இலகுத்தன்மை மிகவும் குறைந்ததாகும். அந்தப் பகுதிகளின் இலகுத்தன்மைகள் முறையே 62% உம் 87%ஆகும். இந்த வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 49% ஆகும்.

இந்த வினாவின் பகுதி (a) யிற்கு “முட்டப்பட்டுள்ளது.” என்பதிலும் பகுதி (b) யில் “சட்டப்படல்” என்பவற்றை அடிப்படையாகக் கொண்டவை.

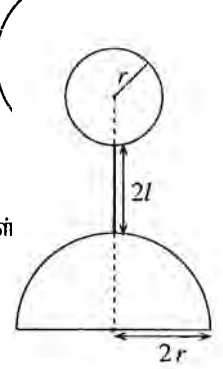
(a) யிற்காக உள்ள வினாப்பகுதியிலே வினாவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களை வாசித்து நன்கு விளங்கிக் கொண்டு தெளிவு பெறாத காரணத்தினால் P யின் விசையை சரியாகக் குறிக்காமையினால் திருப்பத்தை எடுப்பதை சரியாக எடுக்காமையினால் அதிக பரீட்சார்த்திகளின் புள்ளிகள் குறைவடைந்து இருந்தது.

(b) யிற்காக உள்ள வினாப்பகுதியில் அண்ணளவாக அதிகளவிலான மாணவர்கள் இந்த முதல் உபபகுதிக்கு திருப்பதிகரமாக விடை எழுதி இருந்தனர். போவினது குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி முழுமையாகத் தகைப்பை உருவப்படத்தில் சரியாகக் குறித்துக்காட்டுவதனால் ஒன்றிற்கொன்று சார்ந்த தகவல்களை ஒப்பீட்டுப் பார்த்து கருத்திற் கொண்டிருந்தால் மேலேயுள்ள புள்ளிகளை இலகுவாகப் பெற்றுக் கொள்ளக் கூடிய வினாவாகும்.

வினா இலக்கம் 16

- 16 ஆரை a யை உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம், அதன் சமச்சீர்ச்சின் மீது, அடியின் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{3a}{8}$ இல் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

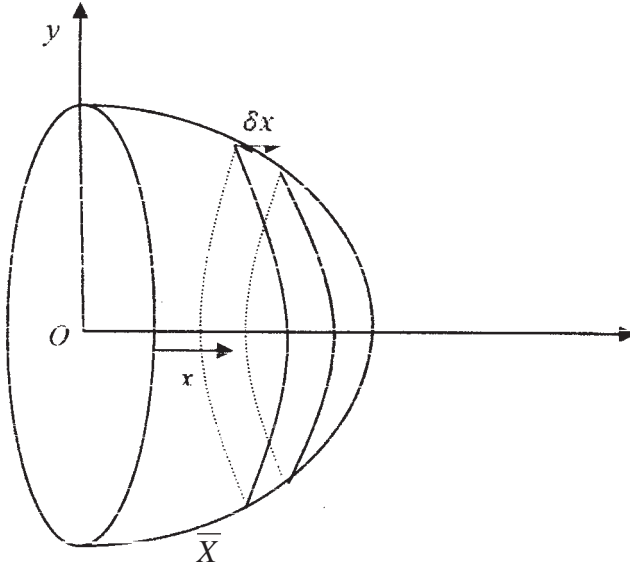
ஒரே சீரான திரவியத்தினாலான ஒரு திண்ம அரைக் கோளத்தையும் ஒரு திண்மக் கோளத்தையும் $2l$ நீளமும் m திணிவும் உள்ள ஒரு சீரான கோலின் இரு முனைகளிலும் உருவில் காணப்படுகின்றவாறு, அரைக்கோளத்தின் சமச்சீர்ச்சு, கோல், கோளத்தின் மையம் ஆகியன ஒரே நேர்கோட்டில் இருக்குமாறு, விறைப்பாக மூட்டுவதன் மூலம் சேர்த்திப் பொருள் செய்யப்பட்டுள்ளது. கோளத்தின் ஆரை r உம் திணிவு m உம் அரைக்கோளத்தின் ஆரை $2r$ உம் ஆகும். சேர்த்திப் பொருளின் திணிவு மையம் அரைக்கோளத்தின் அடியின் மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{1}{6}(8r + 3l)$ இல் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.



இச் சேர்த்திப் பொருள் கிடையுடன் கோணம் θ இற் சாய்ந்த ஒரு நிலையான தளத்தின் மீது அரைக்கோளத்தின் அடி தளத்தைத் தொட்டுக்கொண்டிருக்குமாறு, வைக்கப்பட்டுள்ளது. தளம் நடுவலைத் தடுக்கும் அளவிற்குக் கரடானதெனக் கொண்டு

$\tan \theta < \frac{12r}{8r+3l}$ ஆக இருப்பின் சேர்த்திப் பொருள் கவிழ்ந்து விழாதெனக் காட்டுக.

$l = \frac{4r}{3}$ ஆகவும் $\theta = \frac{\pi}{6}$ ஆகவும் இருப்பின், சேர்த்திப் பொருள் கவிழ்ந்து விழாதெனக் காட்டி, சேர்த்திப் பொருளின் மீது சாய்தளத்தினால் உஞ்றப்படும் செவ்வன் மறுதாக்கத்தின் பருமனைக் காண்க.



சமச்சீரின்படி திண்ம அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம் சமச்சீர் அச்சு Ox கிடக்கும் 10

O விலிருந்து x தூரத்தில் y அச்சுக்குச் சமாந்தரமாக மிகச் சிறிய தடிப்பு Ox உடைய வட்டத்தட்டு வடிவக் கீலத்தை கருதுக.

திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடர்த்தி ρ என்க.

திணிவு மையம் O விலிருந்து x அச்சு வழியே x தூரத்தில் உள்ளது என்க. 05

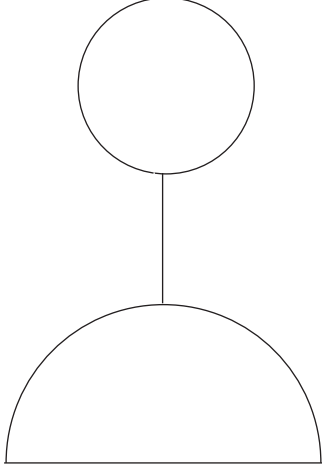
Ox துணிக்கையின் திணிவு $\approx \pi(a^2 - x^2) \delta x \rho$

$$\bar{X} = \frac{\int_0^a \pi(a^2 - x^2)x\rho \, dx}{\int_0^a \pi(a^2 - x^2)\rho \, dx} = \frac{\left[\frac{a^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^a}{\frac{2}{3}a^3} \quad (10)$$

(05)




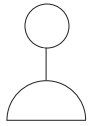
$$= \frac{3}{8} a \quad (05)$$

40



சமச்சீரின் திணிவு மையம் மு வினாடாக சமச்சீரில் கிடக்கும் அடரின் அடர்த்தி ρ என்க.

(05)

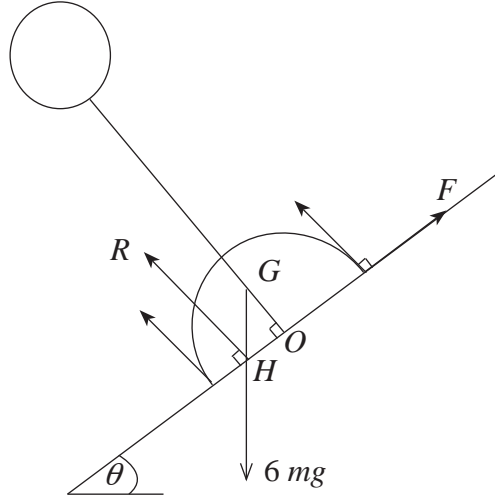
பொருள்	திணிவு	O விலிருந்து தி. மை தூரம்
	$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \quad (05)$	$3r + 2l \quad (05)$
	$\frac{2}{3}\pi (2r)^3 \rho = \frac{2}{3}\pi 8r^3 \rho = 4m \quad (05)$	$\frac{3}{8}(2r) = \frac{3r}{4} \quad (05)$
	$m \quad (05)$	$2r + l \quad (05)$
	$6m \quad (05)$	\bar{Y}

$$6m\bar{Y} = m(3r + 2l) + 4m\left(\frac{3r}{4}\right) + m(2r + l) \quad (10)$$

$$6\bar{Y} = 8r + 3l \quad (05)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{6}(8r + 3l)$$

55



$$OG = \frac{1}{6}(8r + 3l)$$

$OH < 2r$ எனின் கூட்டுடல் கவிழாது

(10)

$$OG \tan \theta < 2r \quad (05)$$

$$\tan \theta < \frac{2r \times 6}{8r + 3l} = \frac{12r}{8r + 3l} \quad (05)$$

20

$$l = \frac{4r}{3}, \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\tan \theta = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (05)$$

$$\frac{12r}{8r + 3l} = \frac{12r}{8r + 3 \cdot \frac{4r}{3}} = \frac{12r}{12r} = 1 \quad (05)$$

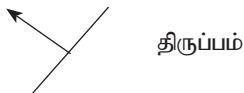
$$\tan \theta = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} < 1 \quad (05)$$

$$\tan \theta < \frac{12r}{8r + 3l}$$

\therefore கூட்டுடல் கவிழாது

(05)

20



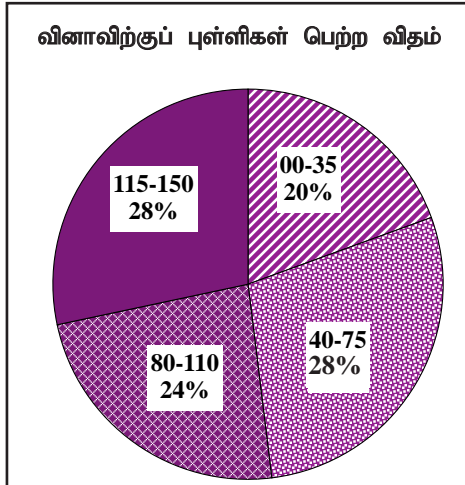
திருப்பம்

$$R - 6mg \cos 30^\circ = 0 \quad (10)$$

$$\therefore R = 3\sqrt{3} mg \quad (05)$$

15

16 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 77% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.

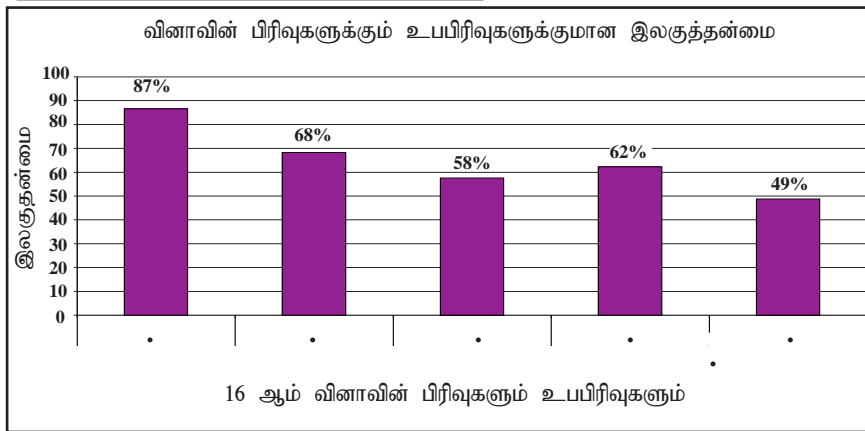
00 - 35 புள்ளி ஆயிடைமில் 20%

40 - 75 புள்ளி ஆயிடைமில் 28%

80 - 110 புள்ளி ஆயிடைமில் 24%

115 - 150 புள்ளி ஆயிடைமில் 28%

ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினா ஐந்து உபபகுதிகளைக் கொண்டது. அவற்றுள் முதல் பகுதியானது இலகுத்தன்மை உயர்வாகக் காணப்படுவதுடன் இறுதிப் பகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவாகக் காணப்படுகிறது. அந்தப் பகுதிகளின் இலகுத்தன்மைகள் முறையே 87%, 49% உம் ஆகும். இந்த வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 69% ஆகும்.

ஐந்து பகுதிகளைக் கொண்டதாக கட்டமைக்கப்பட்டிருந்த இந்த வினாவிற்கு விடையளிக்கும் போது அதிகளவிலான பரீட்சார்த்திகள் தத்துவ ரீதி அடிப்படையில் அமைந்திருந்த முதல் பகுதிக்கு திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்தனர். எனினும் அரைக்கோளத்திலே மற்றும் சேர்த்தித் திண்மத்தின் திணிவு மையம் சமச்சீர் அச்சின் மீது அமைந்துள்ளது என குறிப்பிடப்படாமையினால் அதற்குரிய புள்ளிகளை இழந்து இருந்தனர். திண்மக் கோளம் மற்றும் அரைக்கோளத்தின் திணிவு ஆகியவற்றை m இல் குறிப்பிடுவதற்கு முடியாத காரணத்தினால் திருப்திகரமாக விடையை முன்வைப்பதற்கு முடியாது இருந்தது.

சாய்தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ள சேர்த்தித் திண்மத்தின் மீது செயற்படும் விசையை சரியாகக் குறிப்பிடாமையினால் தீர்வைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு முடியாது இருந்தது. சேர்த்தித் திண்மமானது சாய் தளத்தின் மீது கவிழ்ந்து விழாது இருப்பதற்கான தேவைப்பாடுகள் அநேகமானோருக்கு நன்கு விளங்கிக் கொள்ள முடியாமையைக் காண முடிந்தது. அனேகமான பரீட்சார்த்திகள் சேர்த்தித் திண்மத்தின் மீது சாய்தளத்தினால் ஏற்படும் மறுதாக்கத்தின் பருமனைக் காணாது இருந்தனர். எனினும் இந்த வினாவின் இலகுத்தன்மை 69% மான உயர்மட்டத்திலே காணப்பட்டது. அது இந்த வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யின் வினாக்களின் இலகுத்தன்மைகளுள் அதிகமான இலகுத்தன்மையாகும்.

17. (a) ஒரு பாடசாலையில் ஒரு குறித்த பரீட்சைக்குத் தோற்றிய 100 மாணவர்கள் பற்றி ஒரு கணிப்பீட்டிற்கேற்ப அவர்களில் 48 மாணவர்கள் பரீட்சையில் சித்தியடைந்திருப்பதாக வெளிப்படுத்தப்பட்டது. அத்துடன் இந்த 100 மாணவர்களில் 50 மாணவர்கள் பாடசாலையின் விளையாட்டுச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றி இருப்பதாகவும் 30 மாணவர்கள் பாடசாலையின் சங்கீதச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றி இருப்பதாகவும் மாணவனும் விளையாட்டுச் செயற்பாடுகள், சங்கீதச் செயற்பாடுகள் ஆகிய இரண்டிலும் பங்குபற்றவில்லை எனவும் வெளிப்படுத்தப்பட்டது. மேலும் பாடசாலையின் விளையாட்டு செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றிய மாணவர்களில் 60% ஆனோர் பரீட்சையில் சித்தியடைந்திருக்கும் அதே வேளைபாடசாலையின் விளையாட்டுச் செயற்பாடுகளில் அல்லது சங்கீதச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றாத மாணவர்களில் 30% ஆனோர் பரீட்சையில் சித்தியடைந்துள்ளனர்.

மேற்குறித்த 100 மாணவர்களிலிருந்து மாணவன் ஒருவன் எழுமாறாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றான். இம்மாணவன்

- பாடசாலையின் சங்கீதச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றியுள்ளானெனத் தரப்படும்போது அவன் பரீட்சையில் சித்தியடைந்தவனாக இருப்பதற்கான
- பரீட்சையில் சித்தியடைந்துள்ளானெனத் தரப்படும்போது அவன் பாடசாலையின் விளையாட்டுச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றியவனாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(b) 50 சிறிய உலோகக் குண்டுகளைக் கொண்ட ஒரு தொடையின் விட்டங்களின் மீடின் பரம்பல் பின்வரும்

விட்டம் (cm)	சிறிய குண்டுகளின் எண்ணிக்கை
0.80 – 0.81	1
0.81 – 0.82	3
0.82 – 0.83	9
0.83 – 0.84	20
0.84 – 0.85	14
0.85 – 0.86	2
0.86 – 0.87	1

விட்டங்களின் பரம்பலின் முதற் காலணையைக் கணிக்க.

50 உலோகக் குண்டுகளைக் கொண்ட இத்தொடையின் விட்டங்களின் இடையும், நியம விலகலும் முறையே 0.835 cm , 0.01 cm ஆகுமெனத் தரப்பட்டுள்ளது. அத்துடன் 100 சிறிய உலோகக் குண்டுகளின் வேறொரு தொடைக்கு விட்டங்களின் இடை 50 உலோகக் குண்டுகளைக் கொண்ட முதல் தொடையின் விட்டங்களின் இடைக்கும் சமம் எனவும் நியம விலகல் 0.015 cm எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

150 உலோகக் குண்டுகளின் சேர்ந்த தொடையின் விட்டங்களின் இடையையும் மாற்றற்றினையும் காண்க. 100 உலோகக் குண்டுகளின் இரண்டாம் தொடைக்கு பயன்படுத்திய அளவீட்டு உபகரணம் தவறுள்ளது எனவும் ஒவ்வொரு குண்டினதும் விட்டம் 0.015 cm இனால் குறைத்து மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது எனவும் பின்னர் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது. இந்த 100 உலோகக் குண்டுகளின் விட்டங்களின் உண்மை இடையையும் உண்மை நியம விலகலையும் காண்க.

(a) S, M, N, X என்னும் நிகழ்ச்சிகள் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகின்றன என்க

S : விளையாட்டுச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றுவோர்

M : சங்கீதச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றுவோர்

N : விளையாட்டுச் செயற்பாடுகளில் அல்லது சங்கீதச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றாதோர்

X : பரீட்சையில் சித்தியடைந்தோர் (10)

$$P(S) = \frac{50}{100}, P(M) = \frac{30}{100}, P(N) = \frac{20}{100}, P(X) = \frac{48}{100} \quad (05)$$

$$(05) P(X \setminus S) = 0.60, P(X \setminus N) = 0.30 \quad (05)$$

(i) மொத்த நிகழ்தகவு தேற்றப்படி

$$P(X) = P(S) P(X \setminus S) + P(M) P(X \setminus M) + P(N) P(X \setminus N) \quad (10)$$

$$\frac{48}{100} = \frac{50}{100} \times 0.6 + \frac{30}{100} \times P(X \setminus M) + \frac{20}{100} \times 0.3 \quad (05)$$

$$P(X \setminus M) = \frac{48 - 30 - 6}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} \quad (10)$$

$$(ii) \text{பேசியின் தேற்றப்படி } P(S \setminus X) = \frac{P(S) P(X \setminus S)}{P(X)} = \frac{50 \times 0.6}{48} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8} \quad (05)$$

75

(b) முதற் காலணை = $\frac{50}{4}$ வது அவதானிப்பின் பெறுமானம் = 12.5 வது அவதானிப்பின் பெறுமானம்,

$$\therefore \text{முதலாம் காலணை உள்ள வகுப்பாயிடை } (0.82 - 0.83) \quad (10)$$

$$\therefore \text{முதலாம் காலணை} = 0.82 + \frac{(12.5 - 4)}{9} \times 0.01 \quad (10)$$

$$= 0.82 + 0.009$$

$$= 0.829 \quad (05)$$

25

50 குண்டுகளின் விட்டங்களின் இடை = 0.835

100 குண்டுகளின் விட்டங்களின் இடை = 0.835

150 குண்டுகளின் விட்டங்களின் இடை = 0.835

(10)

10

50 குண்டுகளின் விட்டங்களின் மாற்றற்றின் $S_1^2 = 0.01^2 = 0.0001$

100 குண்டுகளின் விட்டங்களின் மாற்றற்றின் $S_2^2 = 0.015^2 = 0.000225$

150 குண்டுகளின் விட்டங்களின் மாற்றற்றின்

$$S^2 = \frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2} \quad (10)$$

$$= \frac{50 \times 0.0001 + 100 \times 0.000225}{150}$$

$$= \frac{0.0050 + 0.0225}{150} \quad (05)$$

$$= 0.00018$$

15

100 குண்டுகளின் விட்டங்களின் சரியான பெறுமானம் y என்க.

எனவே, $y = x + 0.015$; இங்கு x ஆரம்பப் பெறுமானம் (05)

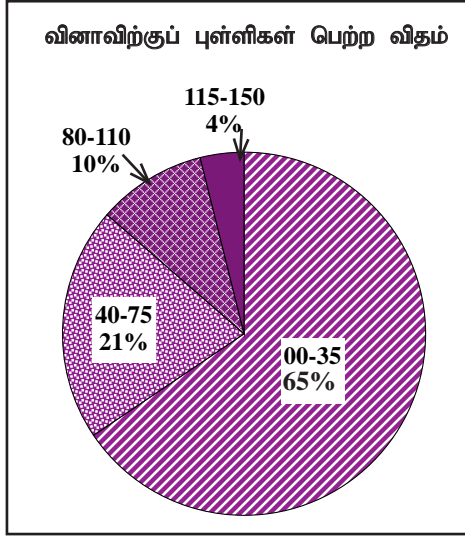
(05) $\therefore \bar{y} = \bar{x} + 0.015$ உம் சரியான நியம விலகல் = ஆரம்ப நியமவிலகல் (05)

\therefore சரியான இடை = $0.835 + 0.015 = 0.85$ சரியான நியம விலகல் = 0.015 (05)

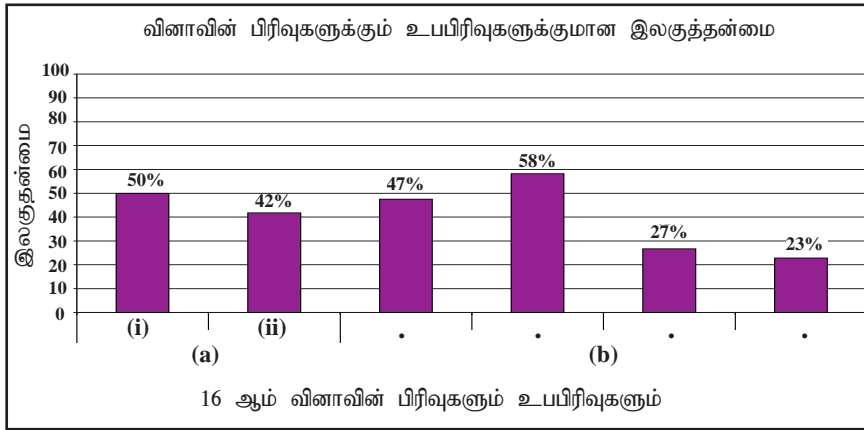
(05)

25

17 ஆம் வினாவிற்கு விடையளித்துள்ளமை தொடர்பான முழுமையான அவதானிப்புகளும் முடிவுகளும்



இவ்வினாவை 40% ஆனவர்களே தெரிவு செய்துள்ளனர். இவ்வினாவிற்கான மொத்தப் புள்ளிகள் 150 ஆகும்.
 00 - 35 புள்ளி ஆயிடையில் 65%
 40 - 75 புள்ளி ஆயிடையில் 21%
 80 - 110 புள்ளி ஆயிடையில் 10%
 115 - 150 புள்ளி ஆயிடையில் 4%
 ஆனவர்கள் புள்ளிகளைப் பெற்றுள்ளனர்.



இந்த வினாவானது (a) , (b) என்ற இரு பகுதிகளைக் கொண்டது. அவற்றுள் (b) யின் இரண்டாவது உபபகுதிகளினது இலகுத்தன்மை உயர்வாக உள்ளதோடு (b) யின் இறுதி உபபகுதியின் இலகுத்தன்மை மிகக் குறைவாகும். அந்த உபபகுதிகளின் இலகுத்தன்மை முறையே 58% உம் 23% உம் ஆகும். இந்த வினாவின் மொத்த இலகுத்தன்மை 41% இற்கு மட்டுப்படுத்தப்பட்டிருந்தது.

இந்த வினாவானது ஒன்றிற்கொன்று சுயாதீனமான இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது. அதில் பகுதி (a) யில் நிகழ்தகவும் பகுதி (b) யில் புள்ளிவிபரவியலை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. புள்ளிகளை வழங்கும்போது (a), (b) என்ற இருபகுதிகளுக்கும் சமனாக நிறைகள் வழங்கப்பட்டுள்ளது.

(a) வரையறுக்கப்பட்ட படிமுறை எண்ணிக்கையில் விடையளிக்கக் கூடிய இந்தப் பகுதிக்கு பரீட்சார்த்திகள் பரவலாக திருப்திகரமாக விடை எழுதியிருந்ததுடன் பகுதி (ii) இற்கு விடை எழுதும்போது பல்வேறு முறைகளைப் பயன்படுத்தி இருந்தனர். பகுதி (a) இன் இலகுத்தன்மை 48% ஆகும்.

(b) புள்ளி விபரவியலின் பயன்பாடு தொடர்பான அறிவு குறைவடைந்ததன் காரணத்தினால் கூட்டுத்தொகையிலே பரம்பல் தொடர்பான கேத்திரத்தை அறியாத காரணத்தினால் இந்தப் பகுதிக்கு விடையளிப்பது குறைந்த மட்டத்தில் காணப்பட்டது. மேலும் எளிய பரிமாற்றம் தொடர்பான அறிவு பரவலாகக் காணப்படவில்லை. வினாத்தாள் II இன் பகுதி B யின் ஏழு வினாக்களில் குறைவாகத் தெரிவு செய்யப்பட்டிருந்த வினா இதுவாவதோடு இலகுத்தன்மை குறைந்த வினாவும் இதுவாகும். புள்ளிவிபரவியல் மற்றும் நிகழ்தகவைச் சார்ந்த அடிப்படை தத்துவங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டு விடையளிக்க முடியுமாயின் அனேகமாக உயர்ந்த வகுப்பிலே இறுதிக் காலகட்டத்தில் குறிக்கப்படல் அல்லது சில வேளைகளில் போதுமானளவு கற்பதற்கும் மீட்டலுக்கும் சந்தர்ப்பம் இன்மையினால் அதிகளவான பரீட்சார்த்திகள் கவனமின்றி படித்த விடையப் பகுதியைச் சார்ந்த வினாவாக இவ்வினா அமைந்திருந்தது.

பகுதி III

3. விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்களும் ஆலோசனைகளும்

3.1 விடையளிக்கும் போது அவதானிக்க வேண்டிய விடயங்கள்

போது அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ வினாத்தாளில் உள்ள அடிப்படை அறிவுறுத்தல்களை நன்றாக வாசித்து விளங்கிக் கொள்ளல் வேண்டும். அதாவது ஒவ்வொரு பகுதியிலும் என்ன எண்ணிக்கையான வினாக்களுக்கு விடை அளிக்க வேண்டும். எந்த வினாக்கள் கட்டாயமானவை , எவ்வளவு புள்ளிகள் கிடைக்கும், எவ்வளவு நேரம் உள்ளது போன்ற விடயங்கள் தொடர்பாக கவனமாக இருக்க வேண்டியதுடன் வினாவை நன்கு வாசித்து தெளிவான விளக்கத்தை பெற்றுக்கொள்ளக் கூடிய வினாவைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் A பகுதிகளின் சகல வினாக்களுக்கும் விடை அளித்தல் வேண்டும்.
- ★ வினாத்தாள் I, II இன் B பகுதிகளின் 7 வினாக்களில் 5 வினாக்களைத் தெரிவு செய்து விடை எழுத வேண்டும்.
- ★ ஒவ்வொரு வினாக்களையும் புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிக்க வேண்டும்.
- ★ மாணவர்கள் தமது சுட்டெண்களை ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உரிய இடத்தில் எழுத வேண்டும்.
- ★ வினா எண், பகுதி வினா எண்களை சரியாக எழுத வேண்டும்.
- ★ எல்லா வினாக்களையும் நன்கு வாசித்து விடை எழுத வேண்டும். விடைகளின் கீழ் தரப்பட்டுள்ள தகவல்கள் பெறக்கூடிய விடைகள் அல்லது நிறுவக்கூடிய பெறுபேறுகள் எவ்வாறானவை என்பவற்றை தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ வினாக்களுக்கு விடை எழுதும் போது இருக்கும் நேரத்தை சரியான வகையில் முகாமைத்துவம் செய்து கொள்ள வேண்டும்.
- ★ விடைகள் எழுதும் போது சிவப்பு, பச்சை, ஊதா நிற பேனாக்களைப் பாவிப்பதைத் தவிர்க்க வேண்டும்.

விசேட அறிவுறுத்தல்கள்

- ★ படங்கள் வரைய வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் அவற்றை மிகவும் தெளிவாக வரைந்து பெயரிட வேண்டும். இங்கு கோடுகளின் நீளங்கள் மற்றும் கோணங்களின் பருமனை சரியான படத்தில் உப வரிப்படங்களிலும் காட்டுவது அவசியமாகும். வரிப்படங்களின் உண்மைத்தன்மை தொடர்புகளைக் காட்டி அதன் மூலம் இலகுவாக விடைகளைப் பெற்றுக்கொள்ள முடியும். படங்களின் திருத்தத்தன்மை தொடர்புகளைக் காண்பதற்கு அவற்றின் மூலம் இலகுவில் விடையைப் பெற்றுக்கொள்ள அவசியமாகும்.
- ★ கணிப்பீடுகளில் ஒவ்வொரு படிமுறைகளையும் தெளிவாகக் குறிப்பிட வேண்டியதுடன் தேவையான இடங்களில் படிமுறைகளிடையேயான தொடர்பைக் காட்டும் சமனான புள்ளி அல்லது வேறு குறியீடுகளை எழுதிக்காட்டுவதில் கவனம் செலுத்த வேண்டும். ஒரு படிமுறையில் அல்லது பக்கத்தில் உள்ள கூற்று மற்றும் சமன்பாடுகள் அடுத்த படிமுறைக்கு அல்லது பக்கத்திற்குப் பிரதி செய்யும் போது அவற்றின் சரியான தன்மை தொடர்பாக கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ தேவையான இடங்களில் சரியான அலகுகளைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.
- ★ வரைபுகள் கீறும்போது X, Y அச்சுகளை சரியாகப் பெயரிட்டு அளவிடை செய்யப்பட வேண்டும். தேவைப்படும் போது அலகுகளைக் குறிப்பிட வேண்டும்.
- ★ அடிப்படை சமவிகிதம் தொடர்பான எண்ணக்கருக்களை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.

- ★ சில சந்தர்ப்பங்களில் சில உபபகுதிகளை நிறுவாது அந்த விடையை தேவையெனின் பயன்படுத்தி எஞ்சிய உப பகுதிகளுக்காக விடையை முன்வைக்கப்பட முடியும்.
- ★ அடிப்படை கேத்திர கணித அறிவை மீண்டும் பரிசீலிக்க வேண்டும்.
உதாரணம் : (1) இணைகரத்தின் பண்புகள்
(2) சாய்சதுரத்தின் பண்புகள்
(3) ஒழுங்கான பல்கோணியின் பண்புகள்
(4) மைய எல்லைத் தேற்றம் மற்றும் மறுதலை
(5) வட்டம் தொடர்பான தேற்றங்கள்
(6) சமச்சீரான பண்புகள்
- ★ காரணிகளுக்கு வேறாக்கக் கூடிய இருபடிக் கோவையை ஒரே முறையில் வேறாக்கக் கூடிய திறமையைப் பயிற்றுவிக்க வேண்டும்.
- ★ காவிகளைக் குறிக்கும் போது சரியான குறியீடுகளை பயன்படுத்துவதை கவனத்திற்கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அவ்வாறெனில் விடுவித்தல், உறுதிசெய்தல், பெற்றுக்கொள்ளல் போன்ற பதங்களை கவனமாகக் கையாள வேண்டியதுடன் அதற்கேற்ப விடையை பெறுவதற்கு முயல் வேண்டும். “அவ்வாறே அல்லது மாற்று முறைகளில்” என்பதைக் குறிப்பிடும் சந்தர்ப்பங்களில் பரவலாக முன்னர் பெற்ற பெறுபேற்றைப் பாவித்து விடையைப் பெறுதல் சிறந்தது,
- ★ தரப்பட்ட தகவல்களைப் பயன்படுத்தி முடிவிற்கு வரக்கூடிய சந்தர்ப்பத்திலே நிகர்மாற்று செய்முறைகளை முன்வைத்து புள்ளிகள் இல்லாது போவதற்கு அல்லது குறைவடைவதற்கு காரணமாக அமையும். அதனால் வினாவின் மூலம் எதிர் பார்க்கப்படும் முறையில் விடை எழுதப்பட வேண்டும். எனினும் “ஆக இருப்பின் மட்டும்” அல்லது “எனின் மட்டும்” உண்மை என நிறுவ வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் நிகர்மாற்று முறையில் பெறுபேறு பெறப்படும் என நிறுவப்படுமாறு விடைகளை முன்வைக்க வேண்டும்
- ★ எப்போதும் இறுதி விடையை எளிய முறையில் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும். இறுதி விடையை வினாவில் வினவப்பட்டுள்ள முறைக்கேற்ப தெளிவாகக் காட்டப்பட வேண்டும்.
- ★ மாணவர்கள் தமது கையெழுத்து இலக்கம் மற்றும் குறியீடுகளை தெளிவாகவும் சரியாகவும் எழுதிக் காட்டுவதற்கு கவனத்தைச் செலுத்த வேண்டும்.
- ★ விடையைப் பெறுவதற்கு ஏற்ப தேவையான சுருக்குதல்களை மேற்கொள்ளல் (எண்சார்ந்த, அட்சரகணித அல்லது திரிகோண கணித) செய்கை முறையாக கருதி விடைகளுடன் இறுதியில் ஒப்படைக்கவும்.
- ★ விடையைப் பூரணப்படுத்த முடியாத சந்தர்ப்பமாயினும் வினாவிற்கு விடை பெற்றுக்கொள்வதற்கு தேவையான உரிய எஞ்சிய படிமுறைகளை எழுதிக் காட்டுவதற்கு கூடுதலான திறமை இருக்க வேண்டும்.
- ★ வினாவின் இறுதிப் புள்ளிகளை விட ஆரம்ப பகுதிகளில் சுயாதீனமாக இலகுவான பகுதிகள் இருக்கக் கூடிய வினாக்களில் முதல் பகுதி தெளிவில்லாது விடின் வினாவை கைவிட்டுவிடாது எஞ்சிய பகுதிகள் தொடர்பாக அவதானம் செலுத்த வேண்டியது அவசியமாகும்.
- ★ சில சந்தர்ப்பங்களில் சில உபபகுதிகளை நிறுவாது அந்த விடையை தேவையெனின், பயன்படுத்தி எஞ்சிய உபபகுதிகளுக்காக விடையை முன்வைக்கப்பட முடியும்.

3.2 கற்றல் - கற்பித்தல் செயன்முறைகள் தொடர்பான கருத்துக்களும், முன்மொழிவுகளும்

- ★ பாடத்திட்டம், ஆசிரியர் வழிகாட்டல் கைநூல், வெளிவளங்களின் பயன்பாடு தொடர்பாக ஆசிரியர்களைப் போல மாணவர்களையும் அறிவுறுத்துவது மற்றும் பயன்படுத்துவது அவசியமாகும்.
- ★ மற்றும் பாட அறிவைப் புதுப்பிப்பதற்கும் விருத்தி செய்து கொள்வதற்கும் ஆசிரியர்கள் கவனம் செலுத்த வேண்டும்.
- ★ தொழில்நுட்பக் கருத்துக்கள் (technical terms) விசேட கலைச் சொற்கள் தொடர்பாக பரீட்சார்த்திகளுக்கு தெளிவுறுத்தல் முக்கியமாகும்.
- ★ தமது விடய அறிவை மீட்டுவதற்கு மற்றும் தொடர்புபடுத்துவதற்கு ஆசிரியர்கள் வழிகாட்ட வேண்டும்.
- ★ இணைந்த கணிதம் போன்ற பாடங்களைக் கற்றல் பரீட்சை மையத்தைக் கொண்டிராத போதும் பரீட்சைகளில் பயன்படுத்தப்படும் வினாத்தாள்களில் உயர்ந்த புள்ளிகளைப் பெற வேண்டுமெனின் மாதிரி வினாக்களைப் போன்று கடந்த வருடங்களின் வினாத்தாள்கள் மற்றும் புள்ளியிடும் திட்டங்களைப் பரீட்சித்து ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் மிகவும் சிறந்த விடையை எழுதுவது எவ்வாறு என்பது தொடர்பாக மாணவர்களுள் நல்ல விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்க வேண்டும். இதற்காக மாணவர்களுக்கு முன்மாதிரியாக நடந்துகொள்வது ஆசிரியர்களின் பொறுப்பு என்பதை கவனத்திற் கொள்ள வேண்டும்.
- ★ அட்டவணை இலக்கம் 4 இற்கு ஏற்ப 21-30 வரையான வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்ற பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை 4381ஆவதோடு மொத்தப் பரீட்சார்த்திகளில் 13.54%இனை குறித்து நிற்கின்றது. ஒவ்வொரு வருடங்களிலும் இந்தப் புள்ளி வீச்சினுள் புள்ளிகளைப் பெற்றுக் கொண்ட பரீட்சார்த்திகளின் எண்ணிக்கை அதற்கு கிட்டிய பெறுமானத்தை எடுக்கும். அதனால் எதிர்வரும் பரீட்சைகளில் இந்தப் பரீட்சார்த்திகளுள் அதிகளவிலானோர் 31-40 வீச்சினுள் அல்லது அதற்குக் கூடிய புள்ளி மட்டத்திற்கு கொண்டு வருவதற்காக அவர்கள் அறிந்துகொண்டு விசேடமாக அந்த பரீட்சார்த்திகளை இலக்காகக் கொண்டு,
 - (i) உரிய கோட்பாடுகள் மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களை சார்பாகக் கொண்டு உளிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களை செய்வித்தல்
 - (ii) சுய பயிற்சிகளின் மூலம் அமது அறிவு மற்றும் அடிப்படைத் தத்துவங்களை சார்பாகக் கொண்டு உளிய மட்டத்தில் இருந்து முறையாக சிக்கல் மட்டம் வரை காணப்படும் பல்வேறு பயிற்சி தொடர்களைச் செய்யவித்தல்
- ★ விசேடமாக இணைந்த கணிதத்திற்காக சுய கவனம் மிகவும் முக்கியமாக அவர்களுக்கு அறியக் கொடுக்க வேண்டும். ஆரம்பத்திலேயே தேவையான முயற்சிகளுடன் கணித பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கு அவர்களை ஈடுபடுத்தல் சிறந்தது.

Dear students!

**We have Past Papers and
Answers (Marking
Schemes), Model Papers
and Note books for
English, Tamil and Sinhala
Medium).**

Please visit :

www.freebooks.lk

or click on this page to visit our site!